### Ćw. 7. „Pomiar okresu napięcia w warunkach występowania błędów przypadkowych. Sposób obliczania niepewności typu A i AB”

**1, Klasyfikacja błędów**

W powszechnym języku określenie „błąd” służy do wyrażenia krytycznej opinii o takim postępowaniu, którego wynik nie osiągnął zamierzonego celu. Chcąc więc racjonalnie postępować należy wystrzegać się błędów, a najlepiej ich nie popełniać. W pomiarach określenie „błąd” ma podobne znaczenie, jednak nie ma tak negatywnego znaczenia, gdyż występuje we wszystkich pomiarach i służy do oceny ich dokładności (nie ma pomiarów doskonale dokładnych!).

Z błędami mamy do czynienia w każdym etapie realizacji pomiaru. Czy jest to etap przygotowania pomiaru, czy jego fizyczna realizacja, a w końcu czynność opracowania i oceny wyniku pomiaru – to błędy muszą być rzetelnie rozpoznane i właściwie ocenione, tak aby w konsekwencji uzyskać wiarygodny i użyteczny wynik pomiaru. Ocena pomiaru za wiarygodny ma miejsce wtedy, gdy wartość zmierzona wraz z wyznaczoną niepewnością pomiaru określa przedział wartości: x ± U(x), w którym, dla przyjętego poziomu ufności, znajduje się wartość prawdziwa. Natomiast pomiarem użytecznym będzie taki pomiar, którego wynik (wartość i niepewność) spełnia zamierzony cel jego wykonywania.

Mówiąc najprościej, błędem nazywamy różnicę pomiędzy wartością wskazywaną przez przyrząd pomiarowy, a wartością prawdziwą mierzonej wielkości (zw. też wartością rzeczywistą). Jednak wyznaczenie z powyższej definicji konkretnej wartości błędu jest kłopotliwe, jeżeli nie jest znana wartość prawdziwa, a co występuje w większości pomiarów. Są też pomiary, w których za wartość prawdziwą przyjmuje się jako „umownie prawdziwą”, czyli wartość znaną z większą dokładnością od wartości wskazanej przez przyrząd. W zależności od rodzaju pomiarów i stosowanych w nich przyrządów, wartość „umownie prawdziwa” może przyjmować różne nazwy: wartość poprawna, wartość wzorcowa, wartość odniesienia, wartość nominalna, i inne.

W powszechnej praktyce pomiarowej obliczanie błędów wpływających na dokładność pomiaru nie polega na wyznaczaniu ich konkretnych wartości, a określaniu ich wartości granicznych, czyli maksymalnych wartości jakie mogą przyjąć. Przykładem takiego postępowania jest liczenie dopuszczalnego błędu granicznego przyrządu pomiarowego, którego wartość wynika z przynależnej każdemu przyrządowi informacji o jego dokładności. Dla przyrządu analogowego (wskazówkowego) jest to klasa dokładności, dla przyrządu cyfrowego – zależność funkcyjna określająca jego błędy graniczne.

 Przyjmując kryterium oddziaływania błędów na wskazania przyrządów, dzielimy je na:

1. **Błędy systematyczne**
2. **Błędy przypadkowe**
3. **Błędy grube (zw. też nadmiernymi lub pomyłkami)**

**Ad. 1.** Jeżeli w ustalonych warunkach pomiaru i niezmiennej w czasie wielkości mierzonej powtarzanie pomiaru nie powoduje zmiany wskazań przyrządu lub też występują takie zmiany wskazań, że ich zmienność możliwa jest do ustalenia i opisania zależnością funkcyjną ( np. funkcją liniową lub okresową) - to wtedy wyniki takiego pomiaru będzie obarczony błędami systematycznymi. Ich wpływ na dokładność pomiaru można ograniczyć ustalając źródła ich pochodzenia i wykonując dodatkowe procedury pomiarowe.

Błędy systematyczne dominują w pomiarach o dokładnościach nie zbyt wygórowanych, m.in. w handlu, przemyśle i w większości laboratoriach. Jeżeli jednak w wymienionych pomiarach zauważa się przypadkowe zmiany wskazań przyrządu, to w pierwszej kolejności przyczyną tego może być niestałość mierzonej wielkości lub wadliwe elementy i połączenia układu pomiarowego (np. styki połączeń).

***Przykłady błędów systematycznych:***

*- zauważając wpływ zmian temperatury otoczenia na wskazania przyrządu, to w wyniku przeprowadzenia badań temperaturowych przyrządu – uzyskuje się charakterystykę błędu temperaturowego w funkcji zmian temperatury otoczenia. Wtedy, dla pomiaru w określonej temperaturze otoczenia, odczytując z charakterystyki wartość błędu i uwzględniając go w wyniku pomiaru – eliminujemy błąd systematyczny, a zatem zwiększamy dokładność pomiaru.*

*- zbyt duży dopuszczalny błąd graniczny stosowanego w pomiarze przyrządu można zmniejszyć przez zastąpieniem go przyrządem dokładniejszym. Tak samo można postąpić z metodą pomiarową, stosując do pomiaru inną metodę, a gwarantującą mniejsze błędy systematyczne.*

*- błąd metody w pomiarze rezystancji metodą woltomierza i amperomierza jest błędem systematycznym. Jego wpływ na dokładność pomiaru ogranicza się skutecznie na drodze rachunkowej - obliczając poprawkę i wprowadzając ją do wyniku pomiaru.*

 **Ad. 2.** Błędy przypadkowe występują w pomiarze, w którym **przy zachowaniu warunków powtarzalności\*)**, kolejne odczyty wskazań przyrządu charakteryzują się przypadkową zmiennością w czasie, czyli inaczej mówiąc - nie można z góry przewidzieć kolejnych wskazań. Błędów wywołujących te chaotyczne wskazania nie można wyznaczyć, a tym bardziej opisać zależnością matematyczną. Źródła ich pochodzenia nie są możliwe do jednoznacznego ustalenia, a stąd nie można wyeliminować ich wpływu na dokładność pomiaru.

Błędy przypadkowe ujawniają się zwłaszcza w pomiarach dokładnych, czyli wykonywanych przyrządami dokładnymi, które z zasady charakteryzują się dużą rozdzielczością (odczyty wskazań mają wiele cyfr znaczących). Opis właściwości statystycznych błędów przypadkowych jest przedmiotem wykładu z miernictwa.

\*) ***Do warunków powtarzalności pomiarów zaliczamy:*** *niezmienność środowiska, stałość wartości wielkości mierzonej i procedury pomiarowej (pomiary wykonywane samym przyrządem, przez tego samego obserwatora i powtarzane w krótkich odstępach czasu). W praktyce dokładne pomiary realizowane są w warunkach jak najbardziej zbliżonych do warunków powtarzalności, stosując przy tym zabiegi minimalizujące oddziaływanie na układ pomiarowy tak czynników zewnętrznych, jak też występujących w jego strukturze układowej. Osiąga się to m.in. przez stabilizację temperatury otoczenia, ekranowanie układu od zakłóceń elektromagnetycznych, stosowanie stabilnych źródeł zasilających układ pomiarowy.*

2. Szacowanie niepewność pomiaru bezpośredniego z błędami przypadkowymi

Jeżeli w wyniku wykonania serii pomiarów i oceny ich dokładności, okaże się, że wpływ błędów przypadkowych na wynik pomiaru jest porównywalny z wpływem błędów systematycznych, to w dokładności pomiaru należy uwzględnić dwie niepewności:

 - niepewność standardową typu A - uA(Xśr)

 - niepewność standardową typu B – uB (X)

Sposób obliczenia niepewności standardowej typu A przedstawia program ćwiczenia, natomiast na niepewność typu B składają się błędy systematyczne. W najkorzystniejszych warunkach pomiaru będzie nim jedynie błąd podstawowy stosowanego przyrządu. Wtedy niepewność typu B jest o pierwiastek z 3 mniejsza od błędu granicznego, dopuszczalnego przyrządu: $u\_{B}\left(X\right)=∆\_{g,d}X/\sqrt{3}$ .

Następnie, z obu niepewności określa się niepewność standardową typy AB, wykorzystując do tego prawo propagacji niepewności: $u\_{AB}\left(X\right)=\sqrt{u\_{A}^{2}\left(X\_{śr}\right)+u\_{B}^{2}(X)}$

 Ostateczny zapis wyniku pomiaru przedstawiany jest niepewnością rozszerzoną U(X) i przyjętym poziomem ufności - p (określa wartość współczynnika rozszerzenia – k): U(X) = k uAB(X)

Dla realizowanego w ćwiczeniu pomiaru, w którym liczba powtórzeń jest większa od 30, i przy założeniu normalnego rozkładu błędów przypadkowych, współczynnik rozszerzenia k przyjmuje wartości:

**1 –** dla p = 0,68

**2 –** dla p = 0,95

 **3 –** dla p = 0,997

 ***Przykład:***Woltomierzem o zakresie pomiarowym Uz = 750 V, z błędem granicznym: 0,06% Ux + 0,04% Uz , zmierzono napięcie generatora wykonując przy tym serię odczytów o n ˃ 30. Obliczenia wartości średniej i **niepewności standardowej typu A** dały wyniki:

Uśr = 200,50 V ; uA(Uśr) = 0,308 V.

**Niepewność standardowa typu B**, przyjmując za znaczący tylko błąd graniczny przyrządu, wynosi:

$$u\_{B}(U)=\frac{∆\_{g}U}{\sqrt{3}}=\frac{1}{\sqrt{3}}(\frac{0,06\%}{100\%}200,20V+\frac{0,04\%}{100\%}750 V)=0,243 V$$

Łącząc obie niepewności standardowe uzyskuje się wartość niepewności typu AB:

$ u\_{AB}\left(U\_{śr}\right)=\sqrt{u\_{A}^{2}\left(U\_{śr}\right)+u\_{B}^{2}(U)}=\sqrt{0,308^{2}+0,243^{2}} $= 0,3923 V

####

#### Wynik pomiaru dla p=0,68 (k=1): U = (200,50 0,39)V, Ur(U) = 0,20%

####  Wynik pomiaru dla p=0,95 (k=3): U = (200,5 ,2)V, Ur(U) = 0,60%

### 3. Protokół ćw. 7. „Pomiar okresu napięcia w warunkach występowania błędów przypadkowych.

Protokolant ............................................. Data realizacji ćw. ...............................

**Źródło napięcia:** Generatora wzorcowy G 3 – 110 o niedokładności **2 10-6% Tgen**

**Przyrząd pomiarowy:** ……………………………..

Niedokładności przyrządów pomiarowych znajdujących się na stanowiskach lab.:

**Siglent** …....‧10-4% Tx + 1 cyfra; **Peak-Tech** ….....‧10-4% Tx + 1 cyfra;

**Keithley** …..….‧10-4% Tx + 1 cyfra.

**Prace do realizacji w laboratorium:** **1.** Wykonać serię pomiarów okresu napięcia generatora – przyjmując przy tym liczbę powtórzeń n = …. , oraz odczyt z **7 cyframi znaczącymi.** Obliczyć wartość średnią okresu, wykorzystując do tego tab. 1. i podaną zależność.

 **2.** W tab. 2. zamieścić wyniki pomiarów uzyskanych przez poszczególne zespoły ćwiczeniowe i szacunkowo ocenić ich zgodność z wartością okresu napięcia generatora wzorcowego.

**Tab. 1. Wyniki pomiarów okresu. Obliczenie wartości średniej**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **i** | **Ti** | **Ti – Ti, min** |
| **-** | ms | µs |
| **1** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **2** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **3** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **4** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **5** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **6** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **7** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **8** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **9** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **10** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **11** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **12** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **13** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **14** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **15** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **16** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **17** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **18** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **19** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **20** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **21** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **22** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **23** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **24** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **25** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **26** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **27** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **28** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **29** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **30** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **31** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **32** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **33** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **34** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **35** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **36** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **37** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **38** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **39** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **40** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  Σ (Ti – T i,min) =….………… µs**Tśr = Ti,min +[Σ (Ti –Ti,min)]/n =** …………………. ms |

W tab. 1: **Ti,min**– pomiar o najmniejszej wartości. *Obliczenia wykonane wg podanego wzoru ułatwiają rachunki, gdyż sprowadzają sumowanie do liczb o dużo mniejszych wartościach*.

**Tab. 2. Porównanie uzyskanych przez zespoły laboratoryjne wyników pomiarów okresu z wartością okresu napięcia generatora wzorcowego**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Tśr ms | [(Tśr - Tgen)/Tgen)] 100%% | Rozrzut maksymalnyT i,max – T i,min [µs] |
| **Generator wzorcowy**fgen = ………… Hz |  |  |  |  |  |  |  | ⸏ | ⸏ |
| Zespół 1Przyrząd …………….. |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Zespół 2Przyrząd …………….. |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Zespół 3Przyrząd …………….. |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Zespół 4Przyrząd …………….. |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Zespół 5Przyrząd …………….. |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

**Wykonanie sprawozdania**

W sprawozdaniu należy:

1. Przedstawić wypełnioną tab. 3. i wyniki obliczeń niepewności:

- standardowej typu A dla pojedynczego pomiaru: $u\_{A}\left(T\_{i}\right)=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum\_{1}^{n}(T\_{i}-T\_{śr})^{2}}$

- standardowej typu A wartości średniej: $u\_{A}\left(T\_{śr}\right)=\frac{u\_{A}(T\_{i})}{\sqrt{n}}$

- standardowej typu B (wynika z błędu granicznego stosowanego przyrządu):

$$u\_{B}\left(T\right)=\frac{∆\_{g}(T)}{\sqrt{3}}$$

- standardowej typu AB: $u\_{AB}\left(T\right)= \sqrt{u\_{A}^{2}\left(T\_{śr}\right)+u\_{B}^{2}(T)}$

1. Opracować wynik pomiaru okresu: **T = Tśr ± U(T), Ur(T) = …….. % - dla p = 0,997**;

 *(dla poziomu ufności p=0.997 współczynnik rozszerzenia k przyjmuje wartość 3).*

1. Ocenić wiarygodność wykonanego pomiaru.

*Pomiar należy uznać za poprawny, gdy wartość okresu napięcia generatora wzorcowego jest zawarta w przedziale wartości określonych niepewnością wykonanego pomiaru; w przeciwnym przypadku do wykonanego pomiaru należy mieć zastrzeżenia, których uzasadnienie wymagałoby chociażby powtórzenia pomiarów.*

1. Na podstawie wyników zamieszczonych w tab. 2. dokonać wstępnej oceny porównawczej wartości **Tśr** , uzyskanych przez poszczególne zespoły laboratoryjne.

 *Procentowe różnice pomiędzy wartościami* ***Tśr*** *a okresem* ***Tgen*** *, oraz maksymalne rozrzuty poszczególnych przyrządów pozwalają wstępnie ocenić pomiary wykonane różnymi przyrządami. Możliwość ta wynika ze znajomości dokładnej wartości okresu generatora wzorcowego!*

**Tab. 3. Pomiar okresu napięcia generatora wzorcwego**

Obliczenie niepewności typu A: pojedynczego pomiaru - uA(Ti), i dla wartości średniej - uA(Tśr)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **i** | **Ti [ms]** | **Ti - Tśr [µs]** | **(Ti - Tśr )2 [µs2]** |
| **1** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **2** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **3** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **4** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **5** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **6** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **7** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **8** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **9** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **10** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **11** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **12** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **13** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **14** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **15** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **16** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **17** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **18** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **19** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **20** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **21** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **22** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **23** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **24** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **25** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **26** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **27** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **28** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **29** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **30** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **31** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **32** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **33** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **34** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **35** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **36** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **37** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **38** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **39** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **40** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  **Σ (Ti – Tśr)2 =** ………… **µs2** |

 .............................................. ……………………………... (podpis protokolanta) (podpis kierownika laboratorium)

*opracowanie:* K.N.