

*sterowanie predykcyjne, PWA, napęd dwumasowy,
modele tarcia, modele z przelączaną dynamiką*

Piotr J. SERKIES*
Krzysztof SZABAT*

ZASTOSOWANIE HYBRYDOWEGO REGULATORA PREDYKCYJNEGO W STRUKTURZE STEROWANIA NAPĘDEM DWUMASOWYM Z TARCIEM

W artykule przedstawiono zagadnienia związane z projektowaniem nieliniowego hybrydowego regulatora predykcyjnego. W algorytmie sterowania użyto modelu układu napędowego z połączeniem sprężystym, w którym uwzględniono nieliniową charakterystykę tarcia mechanicznego. We wstępie pracy krótko scharakteryzowano zagadnienia związane z tarcie. W kolejnych rozdziałach przedstawiono model nieliniowego napędu elektrycznego. Szczegółowo omówiono sposób budowy modelu przelączalnego regulatora predykcyjnego. Przeprowadzono badania symulacyjne układu pracującego w różnych warunkach pracy. Otrzymane wyniki porównano z układem sterowania z regulatorem MPC wykorzystującym liniowy model obiektu.

1. WPROWADZENIE

W analizie typowego układu dwumasowego przeważnie pomija się współczynnik tarcia mechanicznego istniejący zarówno po stronie silnika napędowego jak i maszyny roboczej [1]–[8]. To założenie jest w słuszne w przypadku przeważającej grupy napędów. Jednakże w precyzyjnych układach napędowych pracujących zwłaszcza w zakresie prędkości ultraniskich, współczynnik tarcia mechanicznego powinien być uwzględniony w projektowaniu układów napędowych [9]–[11]. Tarcie może prowadzić do pogorszenia dokładności pozycjonowania, spowodować powstanie oscylacji w przebiegach zmiennych stanu, czy też obniżyć jakość wytwarzanego produktu [9]–[11]. Kompensacja momentu tarcia ma duże znaczenie praktyczne w precyzyjnych układach napędowych zwłaszcza w przypadku jego dużej wartości. W literaturze istnieje wiele modeli tarcia, które charakteryzują się różnym stopniem komplikacji.

* Instytut Maszyn Napędów i Pomiarów Elektrycznych, ul. Smoluchowskiego 19, 50-372 Wrocław, e-mail: piotr.serkies@pwr.wroc.pl; krzysztof.szabat@pwr.wroc.pl

W przypadku układów napędowych najczęściej uwzględnia się następujące składowe: tarcie suche (Columbowskie), tarcie wiskotyczne czy efekt Stribecka [6], [9].

W niniejszej pracy przedstawiona zostanie struktura nieliniowego regulatora predykcyjnego (model hybrydowy), w którym opis obiektu przedstawiono za pomocą funkcji odcinkami liniowych (PWA – *Piecewise Affine*) [12]–[14]. Aby ukazać zalety proponowanej struktury rozpatrzono charakterystykę tarcia o relatywnie dużej wartości. W analizowanym modelu tarcia występuje bardzo silny efekt Stribecka. Proponowana struktura regulacji porównana zostanie z liniowym regulatorem predykcyjnym.

Artykuł składa się w czterech sekcji. Po krótkim wprowadzeniu przedstawiono model matematyczny rozpatrywanego napędu. Szczegółowo opisano przyjęty do analizy model tarcia. Następnie opisano badaną strukturę sterowania z regulatorem hybrydowym. Kolejno przedstawiono wyniki badań symulacyjnych obrazujących właściwości dynamiczne analizowanej struktury sterowania. Wnioski końcowe zostały przedstawione w krótkim podsumowaniu.

2. MODEL NAPĘDU

W badaniach wykorzystano model układu dwumasowego z bezinercyjnym połączeniem sprężystym opisany poniższymi równaniami [7]:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \omega_1 &= \frac{1}{T_1} (m_e - m_s) \\ \frac{d}{dt} \omega_2 &= \frac{1}{T_2} (m_s - m_L - m_f(\omega_2)) \\ \frac{d}{dt} m_s &= \frac{1}{T_c} (\omega_1 - \omega_2) \end{aligned} \quad (1)$$

gdzie:

m_e – moment elektromagnetyczny,

ω_1 – prędkość silnika,

ω_2 – prędkość maszyny obciążającej,

m_s – moment skrętny,

m_L – moment obciążenia,

T_1 – mechaniczna stała czasowa silnika,

$T_2(t)$ – mechaniczna stała czasowa maszyny obciążającej, ulega zmianie podczas pracy napędu,

T_c – stała czasowa elementu sprężystego.

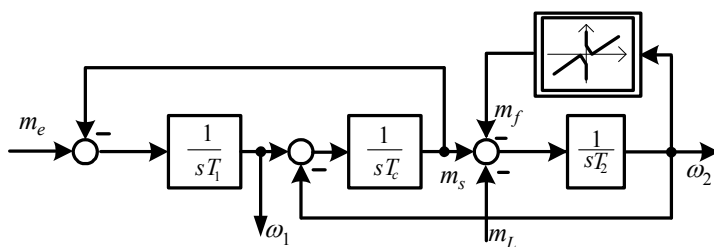
Wartości znamionowe parametrów układu wynosiły ($T_1 = T_2 = 203$ ms, $T_c = 1,2$ ms). Na rysunku 1 przedstawiono model rozpatrywanego napędu.

W literaturze istnieje wiele modeli tarcia. Wybór jednego z nich jest kompromisem pomiędzy dokładnością odwzorowania zjawisk fizycznych a złożonością modelu (zarówno obliczeniową jak i liczbą występujących trudno identyfikowalnych parametrów). Obszerny przegląd modeli tarcia przedstawiono w [9]. W niniejszej pracy przyjęto model tarcia opisany za pomocą równania:

$$m_f = \text{sgn}(\omega_2) \cdot \left(m_1 + m_2 e^{-\left(\frac{\omega_2}{m_3}\right)^2} \right) + b \cdot \omega_2 \quad (2)$$

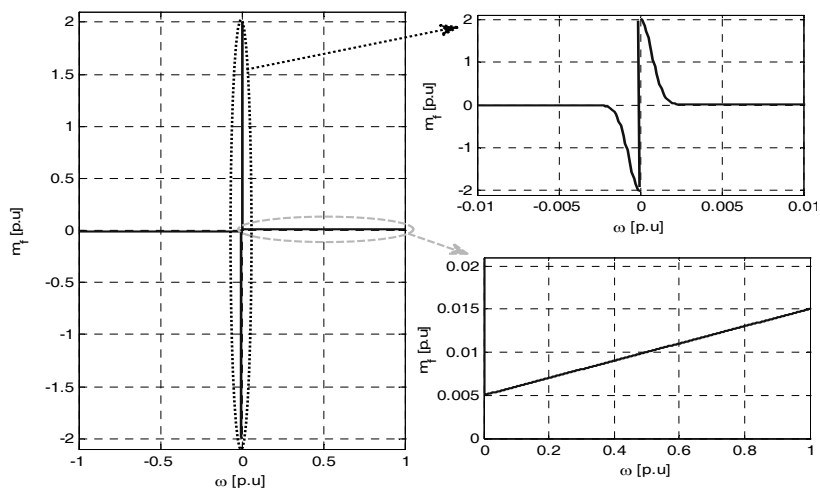
gdzie: m_1, \dots, m_3, b – współczynniki opisujące charakterystykę tarcia.

W niniejszych badaniach przyjęto następujące wartości: $m_1 = 0,005$, $m_2 = 2$, $m_3 = 0,001$, $b = 0.01$. Rozpatrywaną charakterystykę tarcia przedstawiono na rys. 2.



Rys. 1. Struktura nieliniowego napędu dwumasowego z tarcieniem

Fig. 1. Structure of nonlinear dual mass drive with friction

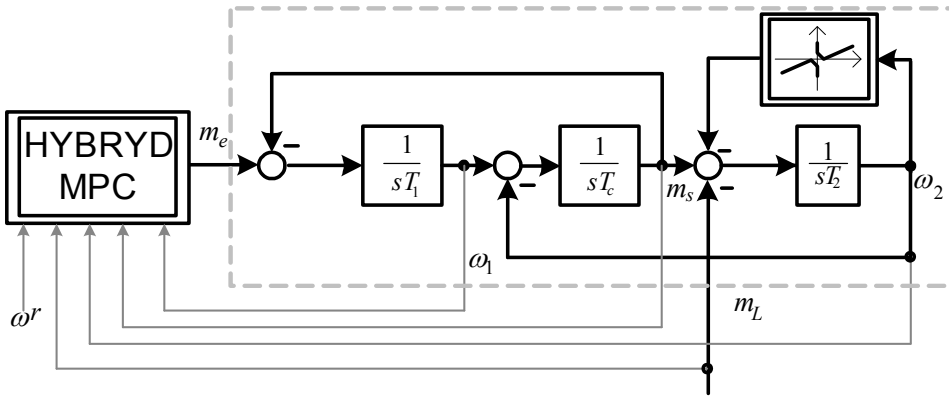


Rys. 2. Rozpatrywana charakterystyka tarcia

Fig. 2. The considered friction characteristics

3. STRUKTURA STEROWANIA

Na rysunku 3 przedstawiono proponowaną strukturę sterowania. Składa się ona z predykcyjnego regulatora prędkości, ze zoptymalizowanej pętli generacji momentu elektromagnetycznego, której dynamikę pominięto w niniejszej pracy, oraz z części mechanicznej napędu.



Rys. 3. Struktura sterowania
Fig. 3. Control structure

Wektor stanu regulatora hybrydowego składa się z pięciu elementów: prędkości silnika napędowego, prędkości maszyny roboczej, momentu skrętnego, momentu obciążenia oraz prędkości referencyjnej. W strukturze regulatora wykorzystano model hybrydowy typu PWA (*Piecewise Affine*). W układzie tym przeprowadza się podział globalnie nieliniowego modelu na sektory, w których zależności matematyczne przyjmuje się jako liniowe tj. możliwy jest opis za pomocą liniowych równań stanu [14]:

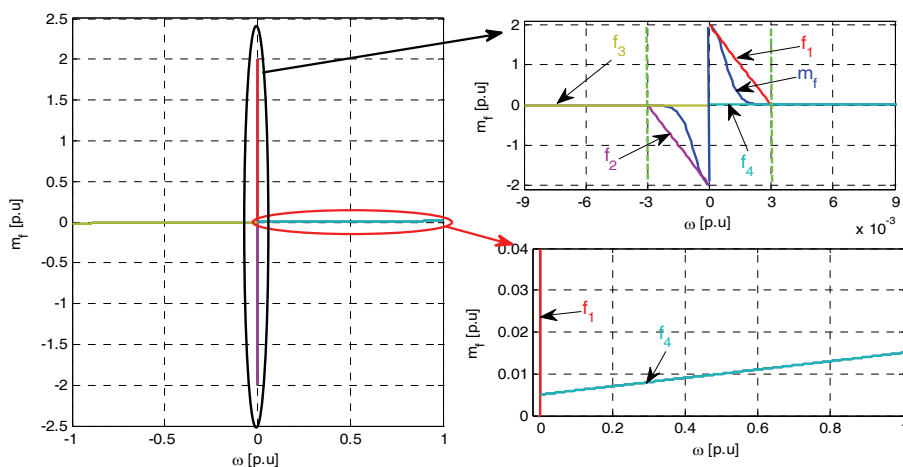
$$\begin{aligned}
 x(k+1) &= A_i x(k) + B_i u(k) + f_i \\
 \text{if } \begin{bmatrix} x(k) \\ u(k) \end{bmatrix} &\in P_i, \quad i = 1 \dots s
 \end{aligned} \tag{3}$$

gdzie: $x \in R^{n_c} \times \{0,1\}^{n_l}$, $u \in R^{m_c} \times \{0,1\}^{m_l}$, $\{P_i\}_{i=1}^s$ są wielościennymi partycjami zbioru \mathfrak{R}^{n+m} , $n = n_c + n_l$, $m = m_c + m_l$ stanu.

Ilość liniowych (afinicznych) obszarów dynamiki s w równaniu (3) zależy jest od przyjętego modelu (w szczególności od możliwości zapewnienia wypukłości zbiorów oraz dokładności odwzorowania nieliniowości). W prezentowanym rozdziale przyjęto,

że charakterystykę tarcia można aproksymować za pomocą czterech liniowych obszarów dynamicznych. Inne propozycje można znaleźć w pracy [10]. Na rysunku 4 przedstawiono charakterystykę tarcia oraz liniowe funkcje aproksymujące, które można opisać następującymi równaniami:

$$\begin{cases} f_1 = a_1\omega + b_1 = -666.67\omega_2 + 2 \\ f_2 = a_2\omega + b_2 = 0.01\omega_2 + 0.005 \\ f_3 = a_3\omega + b_3 = -666.67\omega_2 - 2 \\ f_4 = a_4\omega + b_4 = 0.01\omega_2 - 0.005 \end{cases} \quad (4)$$



Rys. 4. Charakterystyka tarcia wraz z liniowymi funkcjami aproksymującymi f
Fig. 4. Characteristics of friction with the linear approximations functions f

Jak wynika z charakterystyki przedstawionej na rys. 4, przyjęte do rozważań tarcie posiada wartości znacznie większe niż występujące w typowych układach napędowych.

Dla każdego z danych obszarów rozpatrywanego modelu napędu z tarcie tworzy się liniowy opis w przestrzeni stanu, który następnie poddaje się dyskretyzacji. Każdy z dyskretnych liniowych podmodeli opisany jest na danym obszarze wyznaczonym przez hiperpłaszczyzny zmiennych stanu i zmiennych wejściowych:

$$\mathbf{H}_i \mathbf{x} + \mathbf{L}_i \mathbf{u} \leq \mathbf{K}_i, \quad i = 1, \dots, s \quad (5)$$

Macierze \mathbf{H} , \mathbf{L} , \mathbf{K} opisują podział przestrzeni zmiennych stanu i wejść, w których dany z podmodeli jest aktywny. Szczegóły projektowania systemów hybrydowych PWA można znaleźć w pracach [11]–[14].

Wykorzystując zależności (3)–(5) oraz model napędu dwumasowego można zapisać dyskretne macierze stanu i przełączeń:

$$\begin{aligned}
 A_1 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{-T_s}{T_1} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{T_s}{T_2} & \frac{-T_s}{T_2} & 0 \\ \frac{T_s}{T_C} & \frac{-T_s}{T_C} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & T_s a_1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & A_2 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{-T_s}{T_1} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{T_s}{T_2} & \frac{-T_s}{T_2} & 0 \\ \frac{T_s}{T_C} & \frac{-T_s}{T_C} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & T_s a_2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 A_3 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{-T_s}{T_1} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{T_s}{T_2} & \frac{-T_s}{T_2} & 0 \\ \frac{T_s}{T_C} & \frac{-T_s}{T_C} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & T_s a_3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & A_4 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{-T_s}{T_1} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{T_s}{T_2} & \frac{-T_s}{T_2} & 0 \\ \frac{T_s}{T_C} & \frac{-T_s}{T_C} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & T_s a_4 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{6}$$

$$B_{1,2,3,4} = \begin{bmatrix} \frac{T_s}{T_1} \\ \frac{T_s}{T_2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; f_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ T_s b_1 \\ 0 \end{bmatrix}; f_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ T_s b_2 \\ 0 \end{bmatrix}; f_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ T_s b_3 \\ 0 \end{bmatrix}; f_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ T_s b_4 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{7}$$

$$H_{1,2,3,4} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; L_{1,2,3,4} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{8}$$

$$K_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.003 \end{bmatrix}; K_2 = \begin{bmatrix} -0.003 \\ 1.5 \end{bmatrix}; K_3 = \begin{bmatrix} 0.003 \\ 0 \end{bmatrix}; K_4 = \begin{bmatrix} 1.5 \\ -0.003 \end{bmatrix} \tag{9}$$

W rozpatrywanym przypadku, jako funkcję celu wykorzystywaną w algorytmie optymalizacyjnym regulatora predykcyjnego, wykorzystano równanie (10). Dokładniejszy opis algorytmu regulatora predykcyjnego można znaleźć w pracach [15]–[18].

$$\min_{\Delta u} \left\{ \sum_{p=1}^N \left(\begin{array}{l} q_1 (\omega^{ref}(k) - \omega_2(k))^2 + \\ q_2 (\omega^{ref}(k) - \omega_2(k))^2 + \\ q_3 (m_s(k) - m_L(k))^2 + \end{array} \right) + \sum_{k=0}^{N_u-1} R(m_e^{ref}(k)) \right\} \quad (10)$$

$$\begin{array}{l} |m_e| \leq m_e^{\max} \\ |m_s| \leq m_s^{\max} \end{array}$$

gdzie:

q_1, q_2, q_3 – współczynniki normujące oddziaływanie poszczególnych składników na wartość funkcji celu,

R – współczynnik odpowiedzialny za tłumienie zmian sterowań,

N – horyzont predykcji wyjść,

N_u – horyzont predykcji sterowań,

m_s^{\max}, m_e^{\max} – poziomy ograniczeń momentu skrętnego i elektromagnetycznego.

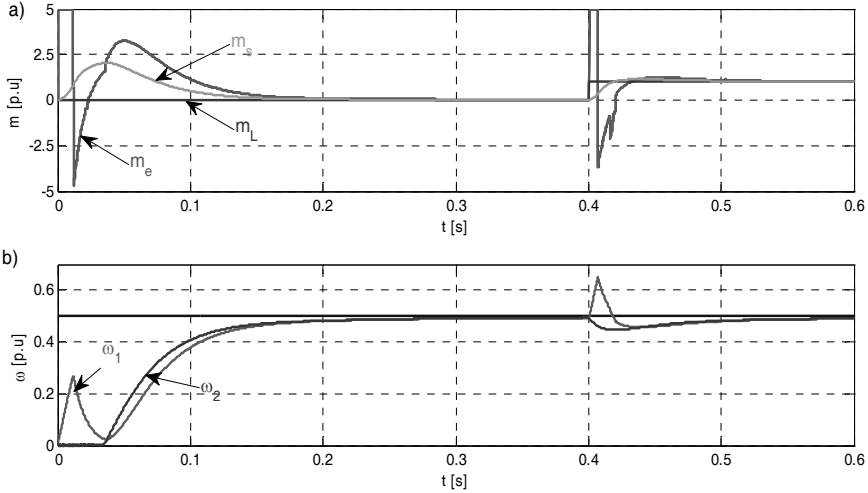
4. WYNIKI BADAŃ

W niniejszej sekcji omówiono wybrane wyniki badań symulacyjnych obrazujących właściwości dynamiczne badanego układu napędowego. Przedstawione zostaną wyniki porównawcze liniowego i hybrydowego regulatora predykcyjnego. W projektowanym regulatorze przyjęto następujące ograniczenia: momentu elektromagnetycznego $|m_e^{ref}| < 5$ oraz skrętnego $|m_s| < 3$. Założona długość horyzontu predykcji wynosi 5 kroków, a horyzontu sygnału sterującego 2 kroki obliczeniowe. Okres próbkowania pętli prędkości wynosi 0,5 ms. Badany układ pracował w następującym cyklu: rozruch zaczynał się w chwili $t_1 = 0$ s; kolejno w czasie $t_2 = 0.4$ s załączano znamionowy moment obciążenia.

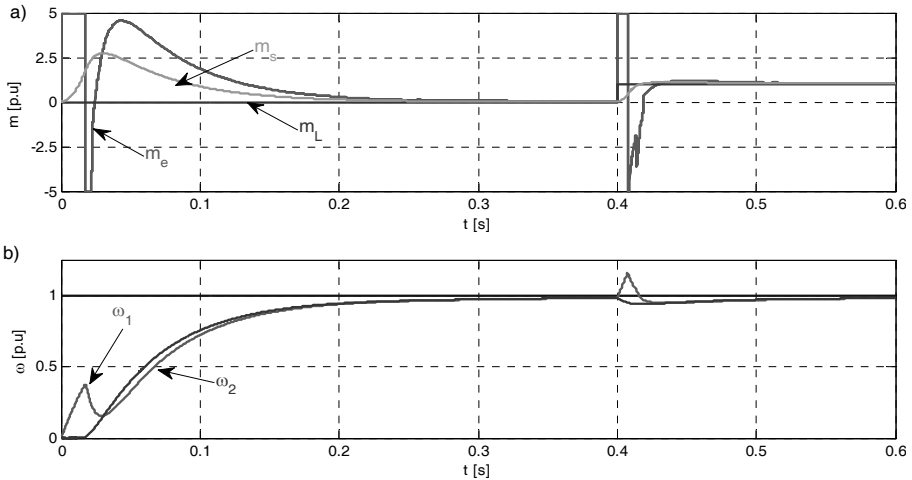
W pierwszej kolejności przebadano układ sterowania dla wartości prędkości zadanej równej 0,5. Dla takiej wartości zadanej w układzie nie występuje ograniczenie momentu skrętnego. Przebiegi wybranych zmiennych stanu układu napędowego zostały przedstawione na rys. 5. W początkowym okresie czasu (do 35 ms) prędkość maszyny roboczej (rys. 5b) wynosi zero. Wynika ona z dużej wartości tarcia spoczynkowego którego oporu nie może pokonać moment skrętny. Prędkość maszyny roboczej zaczyna narastać od chwili w której moment skrętny przewyższa opory tarcia. Powolna stabilizacja prędkości wynika z przyjętych współczynników wagowych w równaniu (10).

Kolejno sprawdzono działanie układu w przypadku pełnej prędkości zadanej. Wybrane przebiegi zmiennych stanu układu zostały zamieszczone na rys. 6. Jak wynika

z ich analizy układ sterowania utrzymuje ograniczenia nałożone na zmienne stanu. Podobnie jak w poprzednim przypadku w początkowym okresie pracy układu maszyna robocza jest zatrzymana przez dużą wartość tarcia spoczynkowego.



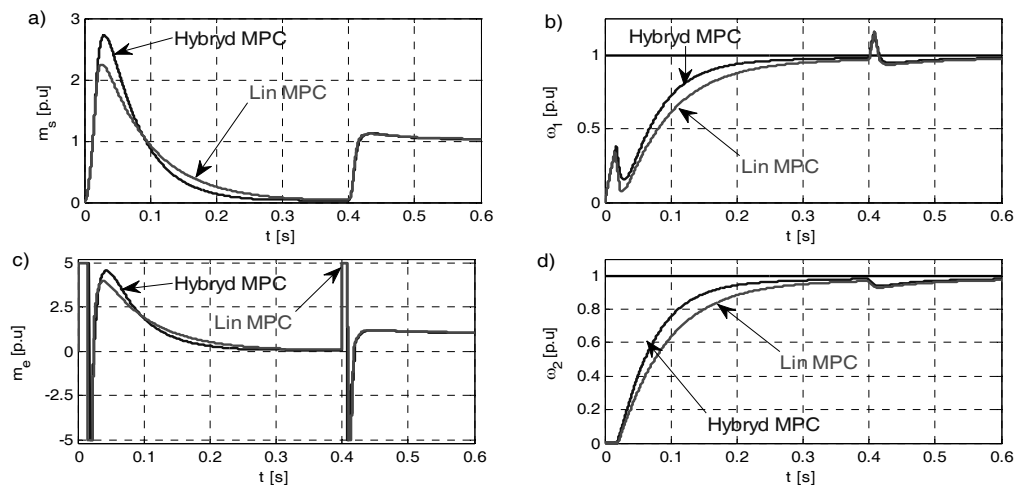
Rys. 5. Przebiegi momentów (a), oraz prędkości (b) w układzie z tarciami i hybrydowym regulatorem predykcyjnym dla połowy prędkości znamionowej.
Fig. 5. Waveforms of torques (a) and speed (b) in the system with friction and hybrid predictive controller for half the rated speed



Rys. 6. Przebiegi momentów (a), oraz prędkości (b) w układzie z tarciami i hybrydowym regulatorem predykcyjnym dla prędkości znamionowej
Fig. 6. Waveforms of torques (a) and speed (b) in the system with friction and hybrid predictive controller for the rated speed

Aby ukazać zalety proponowanej struktury działania regulatora hybrydowego porównane zostało z działaniem liniowego regulatora predykcyjnym [8] o identycznych parametrach. Ponieważ do poprawnej pracy regulatora liniowego niezbędna jest informacja o całkowitym momencie obciążenia informacja ta została podana (jako bezpośrednie wejście).

Należy podkreślić że, regulator hybrydowy nie posiada dodatkowej informacji o aktualnym momencie tarcia. W ramach testów symulacyjnych wykonano rozruch do wartości znamionowej, a następnie w chwili $t = 0,4$ s przyłożono znamionowy moment obciążenia. Uzyskane wyniki zaprezentowane zostały na rys. 7. Z analizy przebiegów przedstawionych na rozpatrywanym rysunku wynika, że zastosowanie regulatora hybrydowego z nieliniowym modelem tarcie poprawiło nieznacznie właściwości dynamiczne obiektu. Regulator ten wymusza większy moment elektromagnetyczny zapewniając krótszy przebieg procesów przejściowych. Błąd regulacji prędkości silnika i obciążenia przyjmuje mniejsze wartości podczas rozruchu. Przyłożenie, w chwili $t = 0,4$ s, do układu zewnętrznego momentu obciążenia powoduje powstanie niewielkiego błędu regulacji. Jest on eliminowany z podobną dynamiką w obu układach regulacji. Wynika to z faktu, że w zakresie dużych prędkości moment tarcie zmienia się w sposób liniowy co ułatwia działanie klasycznego regulatora MPC.



Rys. 7. Przebiegi zmiennych stanu układu z regulatorami MPC:

liniowym i hybrydowym: a) moment skrętny, b) prędkość silnika napędowego,

c) moment elektromagnetyczny, d) prędkość obciążenia.

Fig. 7. Transients of the system state variable with linear and hybrid MPC controllers: a) torsional torque, b) speed of the drive motor, c) electromagnetic torque, d) load speed

5. PODSUMOWANIE

W niniejszej pracy zaprezentowano wstępne wyniki badań obiektu dwumasowego z dużym tarcie po stronie maszyny roboczej w strukturze regulacji z hybrydowym regulatorem MPC. Stosując prostą i mało dokładną aproksymację modelu tarcia uzyskano nieznaczną poprawę właściwości dynamicznych w porównaniu do układu liniowego regulatora MPC. Wadą proponowanej struktury jest jego duża złożoność obliczeniowa (duża liczba obszarów). W ramach dalszych prac planuje się opracowanie metod redukcji złożoności obliczeniowej i implementację praktyczną struktury sterowania z regulatorem hybrydowym. Analizowany będzie również wpływ dokładność aproksymacji modelu tarcia na złożoność obliczeniową algorytmu i na właściwości dynamiczne układu.

LITERATURA

- [1] VAŠAK M., BAOTIĆ M., PETROVIĆ I., PERIĆ N., *Hybrid Theory-Based Time-Optimal Control of an Electronic Throttle*, IEEE Trans. on Industrial Electronics, 2007, Vol. 43, No. 3, 1483–1494.
- [2] YOSHIOKA Y., HANAMOTO T., *Estimation of a Multimass System Using the LWTLs and a Coefficient Diagram for Vibration-Controller Design*, IEEE Trans. on Industrial Applications, 2008, Vol. 44, No. 2, 566–574.
- [3] MOLINAS M., SUUL J.A., UNDELAND T., *Extending the Life of Gear Box in Wind Generators by Smoothing Transient Torque With STATCOM*, IEEE Trans. on Industrial Electronics, 2010, Vol. 57, No. 2, 476–484.
- [4] MUSZYNSKI R., DESKUR J., *Damping of Torsional Vibrations in High-Dynamic Industrial Drives*, IEEE Trans. on Industrial Electronics, 2010, Vol. 57, No. 2, 544–552.
- [5] HACE A., JEZERNIK K., SABANOVIC A., *SMC with disturbance observer for a linear belt drive*, IEEE Trans. Ind. Electron., Dec. 2007, Vol. 54, No. 6, 3402–3412.
- [6] SZABAT K., *Struktury sterowania elektrycznych układów napędowych z połączeniem sprężystym*, Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej nr 61, Wrocław 2008.
- [7] SZABAT K., ORLOWSKA-KOWALSKA T., *Vibration Suppression in Two-Mass Drive System using PI Speed Controller and Additional Feedbacks – Comparative Study*, IEEE Trans. on Industrial Electronics, 2007, Vol. 54, No. 2, 1193–1206.
- [8] THOMSEN S., HOFFMANN N., FUCHS F.W., *PI Control, PI-Based State Space Control, and Model-Based Predictive Control for Drive Systems With Elastically Coupled Loads – A Comparative Study*, IEEE Trans. on Industrial Electronics, 2011, Vol. 58, No. 8, 3647–3657.
- [9] ARMSTRONG-HÉLOUVRY B., DUPONT P., CANUDAS DE WIT C., *A Survey of Models, Analysis Tools and Compensation Methods for the Control of Machines with Friction*, Automatica, 1994, Vol. 30, No. 7, 1083–1138.
- [10] PETROVIĆ I., BAOTIĆ M., MATIĆ P., PERIĆ N., *Hybrid Theory Based Model Predictive Control of Electrical Drives with Friction*, EPE 2003 Toulouse.
- [11] BROCK S., *Praktyczna metoda identyfikacji tarcia w serwonapędach*, Przegląd Elektrotechniczny, 2010, Vol. 86, No. 2, 107–111.
- [12] TORRISI F.D., BEMPORAD A., *Discrete-Time Hybrid Modeling and Verification*, IEEE Conference on Decision and Control, Orlando, FL 2001.

- [13] BAOTIC M., CHRISTOPHERSEN F.J., MORARI M., *Constrained Optimal Control of Hybrid Systems with a Linear Performance Index*, IEEE Trans. on Aut. Control, Vol. 51, No. 12, 1903–1919.
- [14] KVASNICA M., GRIEDER P., BAOTIĆ M., MORARI M., *Multi-Parametric Toolbox (MPT)*, Hybrid Systems: Computation and Control, 2004, 448–462.
- [15] SERKIES P.J., SZABAT K., *Prezykcyjne sterowanie pozycją w napędzie elektrycznym z połączeniem sprężystym*, Przegląd Elektrotechniczny, 2011, Vol. 87, No. 2, 276–279.
- [16] CYCHOWSKI M., SZABAT K., *Efficient real-time model predictive control of the drive system with elastic transmission*, Control Theory & Applications, IET, 2010, Vol. 4, No. 1.
- [17] SZABAT K., SERKIES P.J., *Zastosowanie sterowania prezykcyjnego w napędzie elektrycznym*, Przegląd Elektrotechniczny, 2010, Vol. 86, No. 2, 380–383.
- [18] CYCHOWSKI M.T., SZABAT K., ORLOWSKA-KOWALSKA T., *Constrained Model Predictive Control of the Drive System with Mechanical Elasticity*, IEEE Trans. Ind. Electronics, 2009, Vol. 56, No. 6, 1963–1973.

APPLICATION OF THE HYBRID PREDICTIVE CONTROLLER FOR THE TWO-MASS DRIVE SYSTEM WITH FRICTION

In the paper design procedure of hybrid nonlinear predictive controller for the two-mass system with nonlinear friction is presented. In the introduction the problem of friction is introduced briefly. In the following chapters the model of the drive with friction is presented. The design of the hybrid controller is shown in detail. The control structure performance is tested under simulation study. The obtained results are compared to the results obtained from control structure with linear MPC controller.