

# Ćwiczenie nr 1

## BADANIE REGULATORÓW LINIOWYCH

### I. Cel ćwiczenia:

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się ze strukturą, właściwościami oraz sposobem doboru nastaw regulatorów liniowych. W ćwiczeniu poruszono problem ograniczenia wielkości sterujących regulatorów. Przedstawiono wybrane kryteria umożliwiające dobór nastaw regulatorów liniowych.

### II. Wstęp teoretyczny:

#### Regulator PID

##### -Postać ogólna

Transmitancja regulatora *PID* wyraża się następującą zależnością:

$$G_R(s) = k_R \left( 1 + \frac{1}{sT_R} + k_d s \right) \quad (1)$$

gdzie:  $k_R$  – wzmacnienie regulatora *PID*,  $T_R$  – czas zdwojenia regulatora *PID*,  $k_d$  – stała różniczkowania regulatora *PID*.

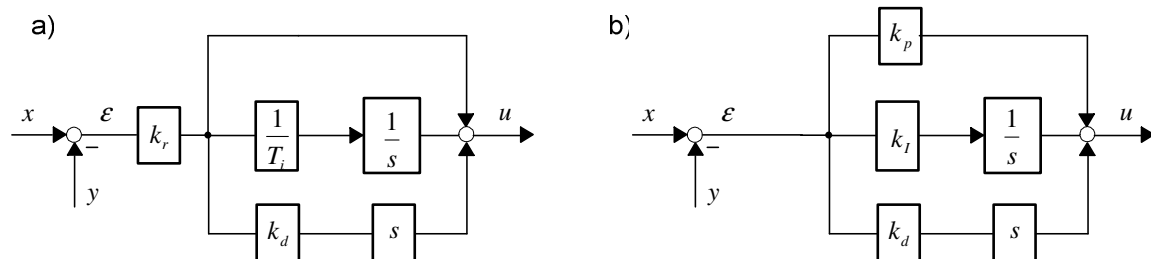
Zależność (1) opisującą regulator *PID* często występuje w postaci alternatywnej:

$$G_R(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s \quad (2)$$

gdzie:  $k_p$  – wzmacnienie części proporcjonalnej regulatora *PID*,  $k_i$  – wzmacnienie części całkującej regulatora *PID*,  $k_d$  – wzmacnienie części różniczkującej regulatora *PID*.

Obie przedstawione powyżej formy regulatora *PID* są sobie wzajemnie równoważne. Należy jednak jednoznacznie określić używaną formę aby uniknąć pomyłek w doborze nastaw regulatora do danego obiektu.

Na rys.1 przedstawiono schemat regulatora *PID* w postaci (1) i (2).



Rys. 1 Schemat regulatora *PID* w postaci (1) – a, i (2) – b; gdzie  $x$ - wielkość zadana,  $y$ - wielkość regulowana,  $u$  - wielkość wyjściowa regulatora (sygnał sterujący)

Typowych układach regulacji układów napędowych powszechnie stosuje się regulatory liniowe typu *PI*. Pominięcie części różniczkującej *D* wynika z faktu wzmacniania przez nią szumów pomiarowych. W niektórych przypadkach człon różniczkujący *D* zastępuje się członem pseudoróżniczkującym o następującej transmitancji.

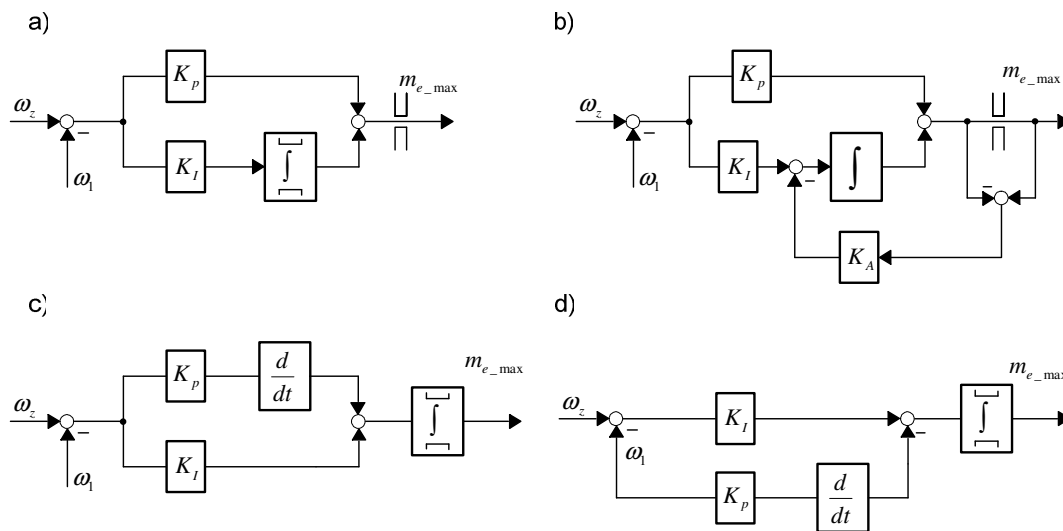
$$G_{ps}(s) = \frac{s}{T_d s + 1} \quad (3)$$

gdzie  $T_d$  – mała stała czasowa zależna od poziomu szumów pomiarowych.

Człon pseudoróżniczkujący (3) stanowi szeregowe połączenie idealnego członu różniczkującego z członem inercyjnym o stałej czasowej  $T_d$ . Zadaniem członu inercyjnego jest ograniczenie poziomu szumów w sygnale wyjściowym. Wzrost wartości stałej czasowej  $T_d$  zwiększa stopień filtracji sygnału wyjściowego. Powoduje to jednak zwiększenie opóźnienia sygnału wyjściowego co w niektórych przypadkach może być niedopuszczalne.

### - Praca regulatora w przypadku ograniczenia wielkości sterujących

W typowym układzie napędowym podstawowym wymaganiem jest ograniczenie wartości wytwarzanego momentu elektromagnetycznego. Ma ono decydujący wpływ na właściwości dynamiczne układu, niewłaściwe spełnienie tego warunku może prowadzić do niestabilnej pracy układu napędowego. W strukturze regulacji ograniczenie wielkości sterującej dokonuje się w regulatorze prędkości. Na rysunku 2 pokazano różne, spotykane w literaturze, struktury regulatora PI z ograniczeniem maksymalnej wartości prądu (momentu) zadanego.



**Rys. 2.** Sposoby wprowadzania ograniczeń w regulatorach prędkości typu PI

Na rysunku a przedstawiono regulator prędkości typu PI z ograniczeniem wprowadzonym na wyjście i do całki regulatora. Ograniczenie na wyjściu zapewnia warunek kontroli maksymalnej wartości momentu elektromagnetycznego wytwarzanego w układzie regulacji momentu. Wartość tego ograniczenia ustawiana jest wprost z warunku maksymalnego momentu przenoszonego przez układ. Pomimo istnienia ograniczenia wyjścia układu, konieczne jest również ograniczenie całki znajdującej się w regulatorze PI. Brak tego ograniczenia powoduje znaczne pogorszenie się warunków pracy układu, może nawet prowadzić do utraty stabilności. Jednakże jego poziom nie jest już oczywisty. Ustawienie poziomu ograniczenia w całce na wartości mniejszej niż ograniczenie wyjściowe może skrócić czas ustalania, jednakże wnosi niebezpieczeństwo pojawienia się uchybu ustalonego w momencie wystąpienia zakłócenia (przyłożenie momentu obciążenia). Z tego względu, w przypadku braku dobrej znajomości obiektu, zaleca się przyjmować poziom ograniczenia całki taki sam, jak w przypadku ograniczenia wyjściowego.

W literaturze istnieją opisy układów zapobiegające nasycaniu się całki regulatora. Schemat takiego układu został przedstawiony na rysunku 2b. Dodatkowe sprzężenie zwrotne włącza się w chwili powstania różnicy w wartościach sygnału po obu stronach ogranicznika prądu zadanego na wyjściu układu. Sygnał tego sprzężenia odejmuje od wartości sygnału podanego na całkę wartość zapobiegającą przekroczeniu przez całkę wartości ograniczenia wyjściowego. Wadą tej struktury jest konieczność wyznaczenia wartości współczynnika pętli dodatkowego sprzężenia zwrotnego  $K_a$ , co nie jest do końca jednoznaczne. Istotne jest również rozbudowanie, w porównaniu do układu 2a struktury regulatora. Podobnie jak w układzie poprzednim należy zdecydować o wartości obu ograniczeń. Tej wady jest pozbawiony układ z rysunku 2c. Przedstawiona jest na nim postać przyrostowa regulatora PI. Dzięki przesunięciu członu całkującego na koniec regulatora zbędne staje się dodatkowe ograniczenie wyjścia regulatora. Ograniczenie sygnału zadanego dokonuje się poprzez ograniczenie wartości wyjściowej całki.

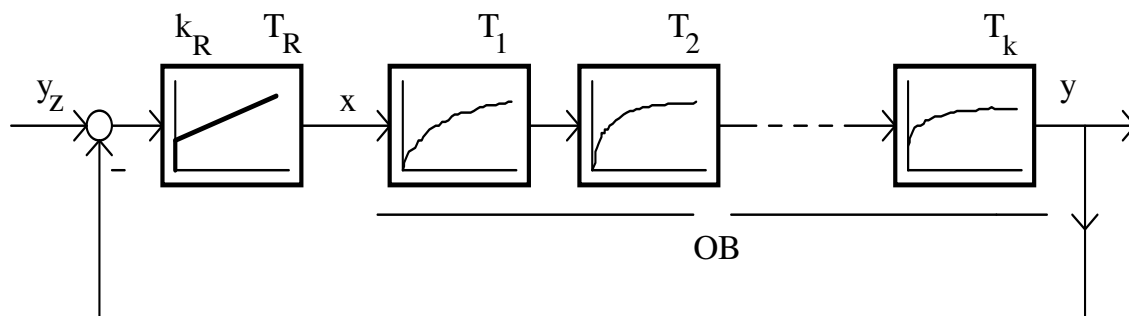
Rysunek 2d przedstawia postać przyrostową regulatora IP. Dzięki przesunięciu członu proporcjonalnego do pętli sprzężenia zwrotnego następuje wyeliminowanie konieczności stosowania filtra zadajnika prędkości (filtr musi być stosowany w strukturach regulatorów omówionych wcześniej). W niektórych układach napędowych wymaga się ograniczenia przyspieszenia prędkości. W strukturze regulatora 2d wartość przyspieszenia jest bezpośrednio obliczana. Wobec tego istnieje łatwy sposób na jego ograniczenie, we wcześniej omawianych układach, w przypadku istnienia warunku ograniczenia zrywu, należałoby zastosować dodatkowe elementy komplikujące strukturę regulatora. Jednakże struktura

przyrostowa regulatora PI (rys. 2 c,d) jest bardziej wrażliwa na szумы istniejące w układzie niż struktura klasyczna (rys. 2 a ,b).

**- Wybrane metody doboru nastaw regulatorów liniowych**

*Kryterium modułu*

Zakłada się następującą strukturę układu regulacji, przedstawioną na rys.3:



Rys.3. Schemat blokowy układu regulacji obiektu zawierającego k szeregowo połączonych członów inercyjnych

Jeśli w obiekcie występuje 1 człon inercyjny o dużej stałej czasowej ( $T_1$ ) i k członów inercyjnych I-rzędu, o małych stałych czasowych ( $T_i$ ):

$$T_{\sigma} \ll T_1 \ll 4T_{\sigma} \tag{4}$$

przy czym:

$$T_{\sigma} = \sum_{i=2}^k T_i \tag{5}$$

to w układzie tym można człony inercyjne o małych stałych czasowych zastąpić jednym członem o zastępczej stałej czasowej  $T_{\sigma}$  :

$$G_{OB}(p) = K_o \frac{1}{1+pT_1} \prod_{i=2}^k \frac{1}{1+pT_i} \tag{6}$$

$$G_{OB}(p) = K_o \frac{1}{1+pT_1} \frac{1}{1+pT_{\sigma}} \tag{7}$$

Jeśli przyjąć transmitancję regulatora proporcjonalno- całkującego PI:

$$G_R(p) = k_r \frac{1+pT_I}{pT_I} \tag{8}$$

to zgodnie z **kryterium modułu**, nastawy regulatora dobiera się wg następujących zależności:

$$T_I = T_1, \tag{9}$$

$$k_r = \frac{T_1}{2 K_o T_{\sigma}}.$$

Wielkości charakterystyczne odpowiedzi wielkości regulowanej na skok jednostkowy wielkości zadanej są następujące:

czas narastania  $t_1 = 4.7 T_{\sigma}$  ;

przeregulowanie  $\delta y = 4\%$  ;

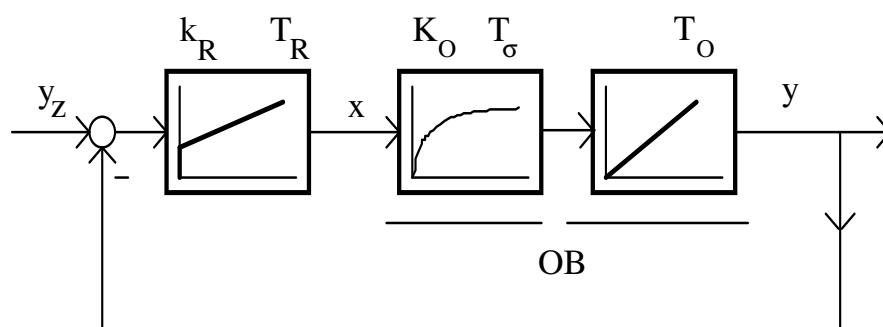
czas uspokojenia  $t_u = 8.4 T_{\sigma}$  (przy dokładności  $\pm 2\%$ ).

#### Kryterium symetrii

Zakłada się następującą strukturę układu regulacji, przedstawioną na rys.4, w której obiekt zawiera kilka członów inercyjnych I rzędu o małych stałych czasowych  $T_i$  oraz jeden człon całkujący:

$$G_{OB}(p) = K_o \frac{1}{1+pT_{\sigma}} \frac{1}{pT_o} \quad (10)$$

gdzie:  $T_o$  - stała całkowania,  $T_{\sigma}$  - zastępcza stała czasowa obiektów inercyjnych.



Rys.4. Schemat blokowy układu regulacji obiektu zawierającego szeregowo połączone: człon inercyjny i całkujący

Nastawy regulatora PI o transmitancji wyrażonej zależnością (8), zgodnie z **kryterium symetrii**, dobiera się wg następujących zależności:

$$\begin{aligned} T_R &= 4T_{\sigma}, \\ K_R &= \frac{T_o}{2 K_o T_{\sigma}}. \end{aligned} \quad (11)$$

Przy takich nastawach stała całkowania regulatora wynosi:

$$T_C = \frac{T_R}{K_R} = \frac{8 K_o T_{\sigma}^2}{T_o}, \quad (12)$$

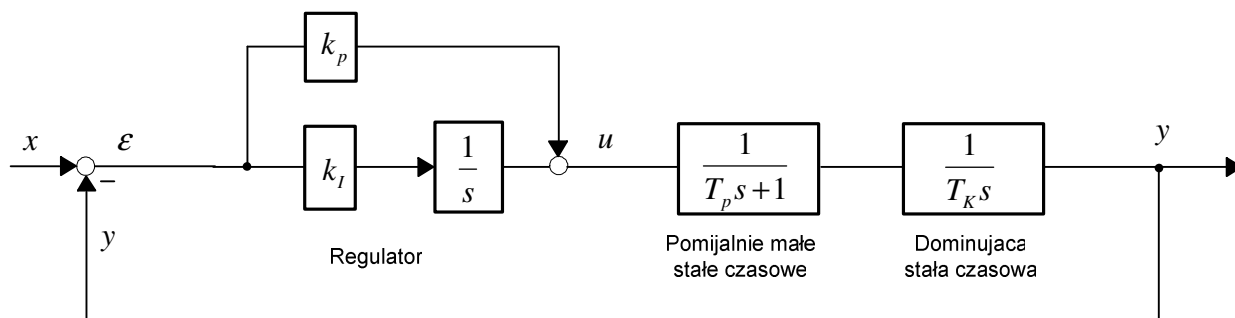
a wielkości charakterystyczne odpowiedzi wielkości regulowanej na skok jednostkowy wielkości zadanej są następujące:

czas narastania  $t_1 = 3.1 T_{\sigma}$  ;

przeregulowanie  $\delta y = 43\%$  ;

czas uspokojenia  $t_u = 16.5 T_{\sigma}$  (przy dokładności  $\pm 2\%$ ).

*Kryterium rozłożenia biegunów równania charakterystycznego*  
Zakłada się strukturę regulacji przedstawioną na rys. 5.



Rys.5. Schemat blokowy rozważanego układu regulacji

Struktura regulacji składa się z regulatora, członów inercyjnych o małych stałych czasowych, członu całkującego o dominującej stałej czasowej. W celu uproszczenia obliczeń pomija się w doborze nastaw regulatorów człony inercyjne. Transmitancja zamkniętego układu regulacji wyraża się wzorem:

$$\frac{y(s)}{x(s)} = \frac{s \frac{k_p}{T_K} + \frac{k_I}{T_K}}{s^2 + s \frac{k_p}{T_K} + \frac{k_I}{T_K}} \quad (13)$$

Nastawy regulatora uzyskuje się poprzez przyrównanie równania charakterystycznego układu (13) dożądanego wielomianu. Ponieważ układ (13) układem drugiego rzędu, żądany wielomian przyjmuje postać równania charakterystycznego członu oscylacyjnego drugiego rzędu:

$$s^2 + 2\xi\omega s + \omega^2 \quad (14)$$

gdzie:  $\xi$ - współczynnik tłumienia układu,  $\omega$ - pulsacja rezonansowa układu.

Wyrażenia określające nastawy regulatora otrzymuje się przez porównanie równania charakterystycznego (13) z (14):

$$k_I = T_K \omega^2 \quad (15)$$

$$k_p = 2T_K \xi \omega \quad (16)$$

Ponieważ wartości współczynnika tłumienia  $\xi$  i pulsacji rezonansowej układu  $\omega$  dobiera się w sposób dowolny, oznacza to że projektant układu decyduje o właściwościach dynamicznych całego układu regulacji. Ze względu na obecność członu różniczkującego w wyrażeniu (13) konieczne jest zastosowanie filtra wejściowego o transmitancji:

$$G_f(s) = \frac{k_I}{k_p s + k_I} \quad (17)$$

### **III. Program ćwiczenia:**

- 1- Dobór nastaw regulatora dla podanego przez prowadzącego obiektu.
- 2- Praca układu regulacji w przypadku ograniczenia wielkości sterujących.

### **IV. Literatura:**

- [1] Bielawski S., Teoria napędu elektrycznego, WNT, 1978
- [2] Tunia H., Kaźmierkowski M.P., Automatyka napędu przekształtnikowego, WNT, 1987, str.227-236
- [3] Ogata K., Modern Control Engineering 4-th edition, Prentice Hall, 2002.
- [4] Franklin G. F., Powell J. D., Emami-Naeini A., Feedback Control of Dynamic Systems, 4-th edition, Prentice Hall, 2002.