

Struktury sterowania napędem z połączeniem sprężystym

Opracował: dr inż. Piotr J. Serkies

Wrocław 2015

Strona 1 z 14

1	CEL ĆWICZENIA	3
2	ZAKRES ĆWICZENIA.....	3
3	WPROWADZENIE	4
4	MODEL Z BEZINERCYJNYM ELEMENTEM SPRĘŻYSTYM	5
5	STRUKTURY STEROWANIA.....	8
5.1	Struktura sterowania z regulatorem PI nastrojonym wedle kryterium symetrii	9
5.2	Struktura sterowania z regulatorem PI nastrojonym z uwzględnieniem elastyczności połączenia.....	10
5.3	Struktura sterowania z regulatorem PI i jednym dodatkowym sprzężeniem zwrotnym 12	
5.4	Struktura sterowania z regulatorem PI i dwoma dodatkowymi sprzężeniami zwrotnymi.....	13
6	LITERATURA.....	14

1 CEL ĆWICZENIA

Celem ćwiczenia jest:

- ✓ zapoznanie się z problematyką dotyczącą sterowania układów napędowych o złożonej części mechanicznej (z ograniczoną sztywnością elementów łączących silnik napędowy z maszyną roboczą),
- ✓ analiza właściwości struktur sterowania napędem dwumasowym:
 - z regulatorami *PI* nastrojonym jak dla układu sztywnego,
 - z regulatorami *PI* nastrojonym z uwzględnieniem elastyczności połączenia mechanicznego
 - z regulatorami *PI* i jednym dodatkowym sprzężeniem zwrotnym
 - z regulatorami *PI* i dwoma dodatkowymi sprzężeniami zwrotnymi

2 ZAKRES ĆWICZENIA

- ✓ Sprawdzenie stanu wiedzy studentów.
- ✓ Modelowanie układu napędowego z połączeniem sprężystym.
- ✓ Projektowanie układów regulacji prędkości w oparciu o metodę rozmieszczenia biegunów równania charakterystycznego, przy wykorzystaniu transmitancji zastępczej układu.
- ✓ Wykonanie w programie Matlab\Simulink struktur sterowania z regulatorem *PI* oraz *PI* z dodatkowymi sprzężeniami zwrotnymi.
- ✓ Testy modelowanych struktur sterowania dla zmian wartości parametrów determinujących dynamikę układu regulacji (pulsacji rezonansowej oraz współczynnika tłumienia).

3 WPROWADZENIE

Od nowoczesnych układów napędowych oczekuje się minimalizacji procesów przejściowych oraz oszczędności zużycia energii. Żąda się od nich osiągnięcia zadawanych wartości prędkości (pozycji) z możliwie dużą dynamiką, przy jednoczesnym zminimalizowaniu bądź wyeliminowaniu występujących przeregulowań. W przypadku projektowania typowych układów napędowych zakłada się idealną sztywność połączenia silnika napędowego z maszyną roboczą. Jednak przy próbie spełnienia wyżej wymienionych wymagań, w pewnej grupie napędów może ujawnić się sprężystość połączeń mechanicznych (wały, sprzęgła), która może doprowadzić do drastycznego pogorszenia właściwości dynamicznych napędu, a w skrajnych przypadkach nawet do utraty stabilności.

Klasycznymi przykładami są tutaj maszyny walcownicze czy papiernicze. W przypadku nowoczesnych serwonapędów powyższy problem zaczął być zauważalny w pozycjonowaniu teleskopów, manipulatorów czy sterowania przepustnicami. Powyższy problem rozważany jest również w turbinach wiatrowych, czy układach napędowych ze sprzęgłami magnetycznymi. Rozpatrywane drgania elektromechanicznych zmiennych stanu mogą się pojawić w układzie napędowym z połączeniem sprężystym pod wpływem następujących zjawisk np.:

- a. zmienności momentu obciążenia,
- b. zmienności prędkości zadanej (np.: rozruch, hamowanie, nawrót),
- c. pulsacji momentu elektromagnetycznego,
- d. ograniczenia amplitudy momentu elektromagnetycznego,
- e. momentów oporowych tarcia,
- f. luzów i niedokładności połączeń mechanicznych,
- g. niewspółosiowości połączenia silnika i maszyny roboczej,
- h. zmienności momentu bezwładności obciążenia,
- i. niewyważenia wału,
- j. w stanach awaryjnych (np. uszkodzenie przekładni, łożyska),
- k. przy pracy napędu z prędkością obrotową równą częstotliwości drgań własnych.

Dla prawidłowo zaprojektowanego i wykonanego układu napędowego można przyjąć, że punkty od f do k są pomijalne. Dodatkowo zakładając, że napęd pracuje z prędkościami wyższymi od pełnych, największe znaczenie mają zjawiska wymienione w punktach a-d.

Ograniczenie niekorzystnego oddziaływania elastyczności wału, poprzez zwiększenie efektywnego tłumienia, można osiągnąć poprzez zastosowanie następujących środków:

- a. zastosowanie specjalnych rozwiązań konstrukcyjnych zwiększających sztywność sprzęgła mechanicznego, bądź powodujących wzrost jego tłumienia,
- b. zastosowanie sterowanych tłumików mechanicznych,
- c. ograniczenie szybkości narastania sygnałów sterujących,
- d. realizację sterowania nie wzbudzającego i tłumiącego istniejące oscylacje,
- e. syntezę specjalnych układów automatycznej regulacji umożliwiających uzyskanie dużego tłumienia oscylacji.

W przypadku wykorzystania dwóch pierwszych metod konieczna jest ingerencja w część mechaniczną napędu, poprzez zastosowanie sprzęgieł o specjalnej konstrukcji. Powoduje to wzrost ceny układu napędowego i spadek jego niezawodności. Z tego względu metody te są rzadko stosowane w praktyce. Pozostałe z prezentowanych metod bazują na wprowadzeniu zmian w algorytmie sterowania.

Problem eliminacji drgań skrętnych powstających w sprzęgle (wale) a przenoszących się na wszystkie zmienne stanu napędu, realizowany przez zastosowanie specjalnego algorytmu sterowania jest zagadnieniem cieszącym się niesłabnącym zainteresowaniem w wielu ośrodkach naukowych w kraju jak i na świecie.

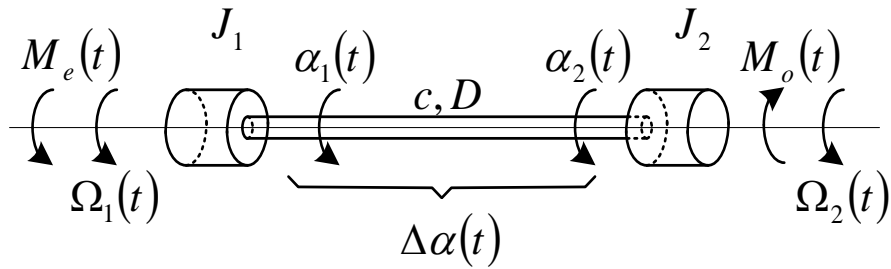
4 MODEL Z BEZINERCYJNYM ELEMENTEM SPRĘŻYSTYM

W przypadku, gdy moment bezwładności połączenia sprężystego J_s jest mały w stosunku do mas skupionych na jego końcach, stosuje się model z bezinercyjnym połączeniem sprężystym. Moment bezwładności sprężystego wału (sprzęgła) dołącza się po połowie do momentów bezwładności silnika i obciążenia wg następujących wzorów:

$$J_1 = J_e + \frac{J_s}{2} \quad (4.1)$$

$$J_2 = J_o + \frac{J_s}{2} \quad (4.2)$$

W dalszych rozważaniach pomija się moment bezwładności elementu sprężystego; zakłada się, że element sprężysty nie ma momentu bezwładności. Model układu z bezinercyjnym połączeniem sprężystym przedstawiono na Rys. 4.1.



Rys. 4.1. Model układu mechanicznego z bezinercyjnym elementem sprężystym

Układ mechaniczny jest wówczas opisany następującymi równaniami różniczkowymi:

$$\frac{d\Omega_1(t)}{dt} = \frac{1}{J_1}(M_e(t) - M_s(t)) \quad (4.3)$$

$$\frac{d\Omega_2(t)}{dt} = \frac{1}{J_2}(M_s(t) - M_o(t)) \quad (4.4)$$

$$M_s(t) = c\Delta\alpha(t) + D \frac{d\Delta\alpha(t)}{dt} \quad (4.5)$$

$$\Delta\alpha(t) = \alpha_1(t) - \alpha_2(t) = \int_0^t (\Omega_1(t) - \Omega_2(t)) dt \quad (4.6)$$

Współczynnik sprężystości połączenia można wyliczyć znając rodzaj zastosowanego materiału oraz jego wymiary geometryczne. W przypadku, gdy sprzęgło jest prętem o średnicy d_s , współczynnik sprężystości określony jest wzorem:

$$c = \frac{\pi d_s^4 G}{32 l} \quad (4.7)$$

Układ dwumasowy posiada pulsację drgań własnych (rezonansową) określoną następującym równaniem:

$$\omega_{rez} = \sqrt{\frac{c(J_1 + J_2)}{J_1 J_2}} \quad (4.8)$$

Dodatkowo definiuje się pulsacje drgań własnych silnika i maszyny obciążającej. Pulsacje te mogą się uwidoczniać w stanach awaryjnych, w następstwie nagłego zatrzymania silnika bądź maszyny roboczej. Są one określone następującymi wyrażeniami:

- pulsacja drgań własnych silnika

$$\omega_e = \sqrt{\frac{c}{J_1}} \quad (4.9)$$

- pulsacja drgań własnych maszyny roboczej

$$\omega_{ar} = \sqrt{\frac{c}{J_2}} \quad (4.10)$$

Inne podstawowe wielkości charakteryzujące układ sprężysty, to względny współczynnik tłumienia drgań:

$$\xi_{rez} = \frac{D}{2} \sqrt{\frac{1(J_1 + J_2)}{c J_1 J_2}} \quad (4.11)$$

oraz stosunek momentu bezwładności maszyny obciążenia do momentu bezwładności silnika:

$$R_r = \frac{J_2}{J_1} \quad (4.12)$$

Modele matematyczne można wyrazić w jednostkach względnych. Przeliczenie układu na jednostki względne dokonuje się za pomocą poniższych wzorów:

$$\omega_1 = \frac{\Omega_1}{\Omega_N}, \quad \omega_2 = \frac{\Omega_2}{\Omega_N}, \quad m_e = \frac{M_e}{M_N}, \quad m_o = \frac{M_o}{M_N} \quad (4.13)$$

Mechaniczne stałe czasowe silnika i napędzanego mechanizmu wyrażone są zależnościami:

$$T_1 = \frac{\Omega_N J_1}{M_N} \quad (4.14)$$

$$T_2 = \frac{\Omega_N J_2}{M_N} \quad (4.15)$$

Stałą czasową sprężystości T_c i względny współczynnik tłumienia drgań d opisują następujące wzory:

$$T_c = \frac{M_N}{c \Omega_N} \quad (4.16)$$

$$d = \frac{\Omega_N D}{M_N} \quad (4.17)$$

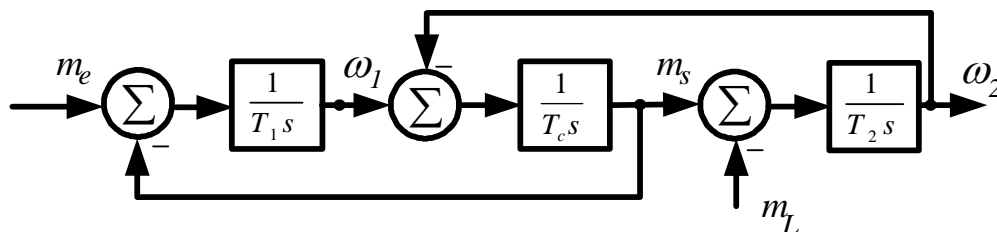
Przy takich oznaczeniach, równanie stanu układu (4.4)-(4.7) w jednostkach względnych przybiera następującą postać:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \omega_1 &= \frac{1}{T_1} (m_e - m_s) \\ \frac{d}{dt} \omega_2 &= \frac{1}{T_2} (m_s - m_L) \\ \frac{d}{dt} m_s &= \frac{1}{T_c} (\omega_1 - \omega_2) \end{aligned} \quad (4.18)$$

Równania (4.18) można przedstawić w formie równań stanu:

$$\frac{d}{dt} \underbrace{\begin{bmatrix} \omega_1(t) \\ \omega_2(t) \\ m_s(t) \end{bmatrix}}_{x_m} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{T_c} & -\frac{1}{T_c} & 0 \end{bmatrix}}_{A_m} \begin{bmatrix} \omega_1(t) \\ \omega_2(t) \\ m_s(t) \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{T_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{B_m} [m_e] + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}}_{B_d} [m_L] \quad (4.19)$$

Schemat blokowy układu opisanego równaniem (4.18) przedstawiono na Rys. 4.2.



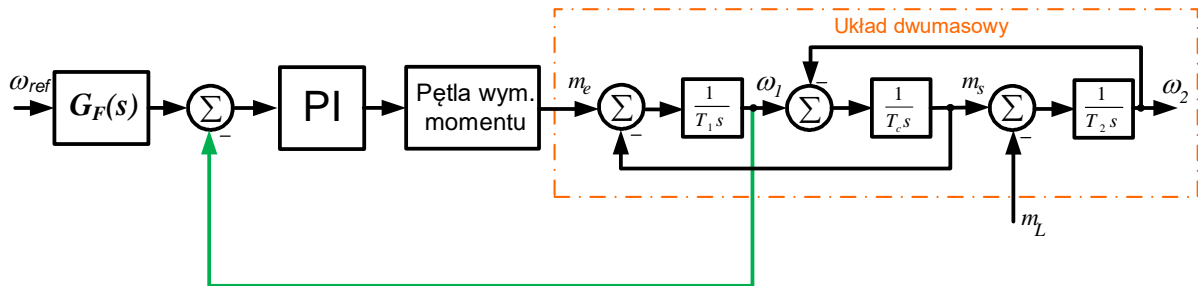
Rys. 4.2. Schemat układu z połączeniem sprzężystym.

5 STRUKTURY STEROWANIA

Do sterowania napędem z połączeniem sprzężystym należy zastosować specjalne struktury sterowania. Aby zobrazować dlaczego tak jest w pierwszej kolejności do sterowania napędem z połączeniem sprzężystym zastosujemy regulator *PI* nastrojony jak w przypadku napędu sztywnego wedle kryterium symetrii. Następnie przedstawiony zostanie regulator *PI* nastrojony

z uwzględnieniem występowania elastyczności połączenia. Kolejno przedstawiona zostanie struktura z regulatorem *PI* i jednym dodatkowym sprzężeniem zwrotnym od momentu skrętnego. Na koniec przedstawiona zostanie struktura z dwoma dodatkowymi sprzężeniami zwrotnymi.

5.1 Struktura sterowania z regulatorem *PI* nastrojonym wedle kryterium symetrii



Rys. 5.1. Struktura sterowania z regulatorem *PI*

W prezentowanym podejściu zakładamy, że moment bezwładności jest niepodzielony i wynosi J . Z tego wynika, że mechaniczna stała czasowa jest równa sumie stałej czasowej silnika i maszyny roboczej:

$$T_m = T_1 + T_2 \quad (5.1)$$

Przyjmuje się że regulator *PI* ma postać:

$$G_R(s) = \frac{K_I}{s} + K_p \quad (5.2)$$

Zgodnie z kryterium symetrii nastawy regulatora *PI* wynoszą:

$$\begin{aligned} K_p &= \frac{T_m}{2T_p} \\ K_I &= \frac{K_p}{4T_p} \end{aligned} \quad (5.3)$$

Gdzie T_p – Zastępcza stała czasowa obwodu regulacji prądu (momentu) zapewniana przez wewnętrzny obwód regulacji.

5.2 Struktura sterowania z regulatorem PI nastrojonym z uwzględnieniem elastyczności połączenia

W celu wyznaczenia nastaw regulatora PI uwzględniających elastyczność połączenia należy wyznaczyć transmitancję przewodnią układu:

$$G(s) = \frac{\omega_2}{\omega_z} = \frac{G_R(s)}{s^3 T_1 T_2 T_c + s^2 T_2 T_c G_R(s) + s(T_1 + T_2) + G_R(s)} \quad (5.4)$$

Gdzie $G_R(s)$ – transmitancja regulatora *PI*.

W związku, że w rozpatrywanej transmitancji w liczniku pojawi się człon różniczkujący postaci sK_p w odpowiedzi skokowej układu pojawi się duże przeregulowanie. Aby je wyeliminować w torze prędkości zadanej należy wprowadzić filtr postaci:

$$G_F = \frac{K_I}{sK_p + K_I} \quad (5.5)$$

Równanie charakterystyczne układu (5.4) po uwzględnieniu transmitancji regulatora przyjmuje postać:

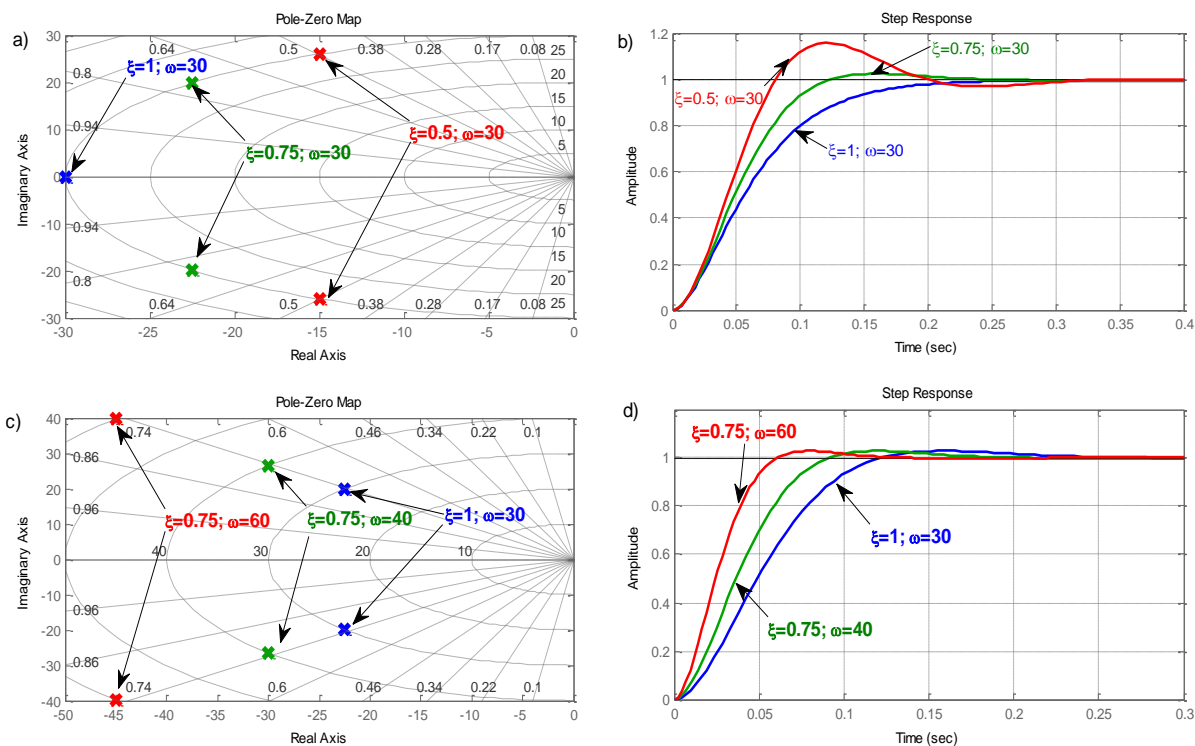
$$s^4 + s^3 \left(\frac{K_p}{T_1} \right) + s^2 \left(\frac{K_I}{T_1} + \frac{1}{T_1 T_c} + \frac{1}{T_2 T_c} \right) + s \left(\frac{K_p}{T_1 T_2 T_c} \right) + \frac{K_I}{T_1 T_2 T_c} = 0 \quad (5.6)$$

Zgodnie z teorią sterowania modalnego w celu wyznaczenia nastaw regulatora oraz sprzężeń zwrotnych otrzymany wielomian charakterystyczny należy przyrównać do wielomianu odniesienia tego samego rzędu. Tak więc wielomian odniesienia przyjmuje postać:

$$(s^2 + 2s\xi_o\omega_o + \omega_o^2)(s^2 + 2s\xi_o\omega_o + \omega_o^2) \quad (5.7)$$

gdzie: ξ_o – współczynnik tłumienia, ω_o – pulsacja rezonansowa.

Zmieniając wartości wsp. tłumienia i pulsacji rezonansowej mamy możliwość zmiany właściwości dynamicznych rozpatrywanego układu. Na Rys. 5.2 przedstawiono przebiegi dynamiczne oraz rozmieszczenie zer i biegunów rozpatrywanego modelu odniesienia. Jak widać zmieniając wartość współczynnika tłumienia zmieniamy położenie biegunów na okręgu (Rys. 5.2. a)) co wpływa na wartość przeregulowania oraz czasu narostu (Rys. 5.2.b)). Zmieniając wartość pulsacji rezonansowej mamy możliwość wpływu na szybkość odpowiedzi, przy czym wartość czasu narostu i przeregulowania pozostaje taka sama (Rys. 5. 2.d). W tym przypadku bieguny poruszają się po prostej (Rys. 5.2.c).



Rys. 5.2. Położenie biegunów (a,c) oraz przebieg odpowiedzi skokowej (b,d) dla transmitancji odniesienia opisaney zależnością (5.7). Gdzie: a),b) zmiana współczynnika tłumienia, c),d) zmiana pulsacji rezonansowej.

Porównując między sobą współczynniki przy poszczególnych potęgach otrzymuje się wyrażenia opisujące wzmocnienia obwodu regulacji:

$$K_p = 2\sqrt{\frac{T_1}{T_c}} \tag{5.8}$$

$$K_I = \frac{T_1}{T_2 T_c}$$

Przy tak przyjętych nastawach układ charakteryzuje się następującymi parametrami:

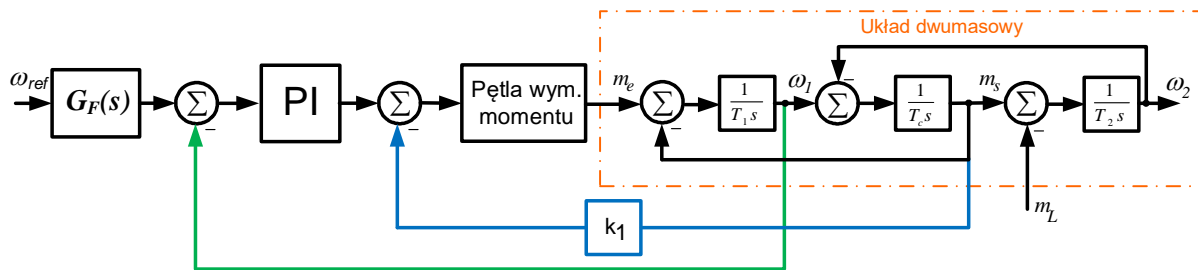
$$\xi^{PI} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$$

$$\omega^{PI} = \sqrt{\frac{1}{T_2 T_c}} \tag{5.9}$$

5.3 Struktura sterowania z regulatorem PI i jednym dodatkowym sprzężeniem zwrotnym

Ponieważ podstawowa struktura regulacji układu napędowego z połączeniem sprzężystym z regulatorem prędkości typu *PI* nie jest w stanie zapewnić dobrych właściwości dynamicznych, powszechnie stosuje się jej modyfikację. Polega ona na wprowadzeniu do układu dodatkowych sprzężeń zwrotnych od wybranych zmiennych stanu. Dodatkowe sprzężenia zwrotne mogą być wprowadzane zarówno do węzła momentu elektromagnetycznego jak również do węzła prędkości.

Na Rys. 5.3 przedstawiono strukturę sterowania z jednym dodatkowym sprzężeniem zwrotnym od momentu skrętnego wprowadzonym do węzła momentu elektromagnetycznego.



Rys. 5.3. Struktura sterowania prędkością napędu dwumasowego z regulatorem PI i jednym dodatkowym sprzężeniem zwrotnym

W rozpatrywanym przypadku transmitancję układu zamkniętego możemy przedstawić w następującej formie:

$$G(s) = \frac{\omega_2}{\omega_z} = \frac{G_R(s)}{s^3 T_1 T_2 T_c + s^2 T_2 T_c G_R(s) + s[T_1 + T_2(1 + k_1)] + G_R(s)} \quad (5.10)$$

Przez porównanie równania charakterystycznego układu sterowania z wielomianem odniesienia w sposób opisany wcześniej uzyskuje się poszukiwane parametry regulatora i wzmocnienia dodatkowego sprzężenia zwrotnego:

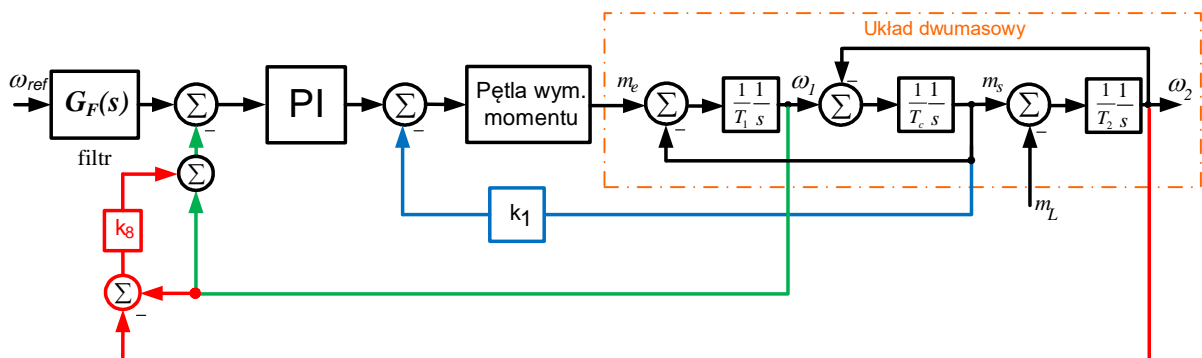
$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{4\xi_o^2 T_1}{T_2} - 1; \\ K_P^{k_1} &= 2\sqrt{\frac{T_1(1+k_1)}{T_c}}; \\ K_I^{k_1} &= \frac{T_1}{T_2 T_c} \end{aligned} \quad (5.11)$$

W analizowanym przypadku mamy możliwość wpływania na współczynnik tłumienia układu i dowolną jego wartość. Ponieważ układ jest rzędu czwartego a projektant dysponuje trzema stopniami swobody (K_I, K_p, k_I) wartość pulsacji rezonansowej układu nie może być modyfikowana i wynosi ona:

$$\omega^{k1} = \sqrt{\frac{1}{T_2 T_c}} \quad (5.12)$$

5.4 Struktura sterowania z regulatorem PI i dwoma dodatkowymi sprzężeniami zwrotnymi

Aby możliwe było dowolne kształtowanie właściwości dynamicznych układu, do poprzedniej struktury można dodać kolejne sprzężenie dodatkowe. W niniejszym opracowaniu proponuje się, aby było to sprzężenie od różnicy prędkości pomiędzy silnikiem napędowym a maszyną roboczą $(\omega_1 - \omega_2)$ wprowadzonym do węzła prędkości. Proponowaną strukturę przedstawiono na Rys. 5.4. Zapewnia ona dowolne rozłożenie biegunów na płaszczyźnie zespolonej, co pozwala na szerokie kształtowanie dynamiki układu zamkniętego.



Rys. 5.4. Struktura sterowania z regulatorem PI

Aby wyznaczyć nastawy regulatora i współczynniki sprzężeń należy przyrównać transmitancję przewodnią układu do transmitancji odniesienia. Transmitancja przewodnia układu zamkniętego ma postać:

$$G(s) = \frac{G_R(s)}{s^3 T_1 T_2 T_c + s^2 T_2 (G_R(s) T_c (1 + k_8)) + s(T_1 + T_2 (1 + k_1)) + G_R(s)} \quad (5.13)$$

Przez porównanie równania charakterystycznego układu sterowania z wielomianem odniesienia w sposób opisany wcześniej uzyskuje się poszukiwane parametry regulatora i wzmocnienia dodatkowych sprzężeń zwrotnych:

$$\begin{aligned}
 k_8 &= \frac{1}{\omega^2 T_2 T_C} - 1 \\
 k_1 &= \frac{T_1 (4\xi^2 - k_8)}{T_2 (1 + k_8)} - 1 \\
 K_I &= \omega^4 T_1 T_2 T_C \\
 K_P &= 4\xi \omega^3 T_1 T_2 T_C
 \end{aligned}
 \tag{5.14}$$

W analizowanej strukturze mamy możliwość dowolnego kształtowania właściwości dynamicznych napędu po przez dobór wartości parametrów wielomianu odniesienia.

6 LITERATURA

- Szabat K., *Struktury sterowania elektrycznych układów napędowych z połączeniem sprzężystym*, Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej, Nr. 61, Seria: Monografie Nr. 19, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, 2008.
- Ogata K., *Modern Control Engineering 4-th edition*, Prentice Hall, 2002.
- Deskur Jan, Kaczmarek Tadeusz, Zawirski Krzysztof, *Automatyka napędu elektrycznego*, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej Poznań 2012.