

*regulator predykcyjny, układ dwumasowy,
redukcja złożoności*

Karol WRÓBEL*, Piotr SERKIES*

REDUKCJA ZŁOŻONOŚCI REGULATORA PREDYKCYJNEGO W UKŁADZIE DWUMASOWYM Z SILNIKIEM INDUKCYJNYM

W pracy przedstawiono możliwość ograniczenia złożoności obliczeniowej algorytmów predykcyjnych pracujących w układach dwumasowych z silnikami indukcyjnymi. Po krótkim wprowadzeniu w kolejnych rozdziałach opisano: algorytmy predykcyjne, metody ograniczania złożoności obliczeniowej tego typu regulatorów, schemat ideowy i zależności obowiązujące w układzie dwumasowym, model silnika indukcyjnego oraz strukturę sterowania. Następnie zaprezentowano wyniki badań symulacyjnych. Pracę zakończono podsumowując uzyskane wyniki.

1. WPROWADZENIE

W przypadku wielu nowoczesnych układów napędowych niedopuszczalne jest pominięcie skończonej sztywności wału napędowego. Problem ten pojawia się głównie w układach o dużej dynamice wymuszania momentu elektromagnetycznego. Pominięcie w procesie sterowania napędem sprężystości połączenia mechanicznego może wywołać drgania skrętne, które z kolei prowadzą do pogorszenia właściwości dynamicznych układu, a w skrajnych przypadkach mogą prowadzić do uszkodzenia jego elementów [7].

Silniki indukcyjne dzięki zastosowaniu zaawansowanych metod sterowania takich jak metody połowo zorientowane (FOC), metoda bezpośredniej regulacji momentu (DTC) czy też układy wykorzystujące sztuczną inteligencję, a także algorytmy predykcyjne mogą uzyskać bardzo dobre właściwości dynamiczne i od wielu lat posiadają ugruntowaną pozycję, również w obszarze napędów precyzyjnych.

Algorytmy predykcyjne są intensywnie rozwijającą się dziedziną w teorii sterowania i, jak podkreślają autorzy np. w [5], stanowią jedno z największych osiągnięć w tym

* Politechnika Wroclawska, Katedra Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych, e-mail: karol.wrobel@pwr.edu.pl, piotr.serkies@pwr.edu.pl

zakresie. Jedną z najbardziej intensywnie rozwijających się grup tego typu algorytmów są algorytmy wykorzystujące model w dyskretnej przestrzeni stanu (MPC). Podstawową zaletą algorytmów predykcyjnych jest możliwość uwzględnienia ograniczeń zmiennych stanu na etapie projektowania funkcji celu regulatora. Jednak jednym z głównych problemów związanych ze stosowaniem tego typu algorytmów jest stosunkowo duża złożoność obliczeniowa. Ogranicza ona możliwość stosowania algorytmów predykcyjnych do układów o stosunkowo dużych stałych czasowych.

Celem niniejszego artykułu jest przedstawienie możliwości ograniczenia złożoności obliczeniowej algorytmów predykcyjnych zastosowanych do sterowania układem dwumasowym.

2. ALGORYTMY PREDYKCYJNE

W rozpatrywanym układzie przyjęto przypadek sterowania predykcyjnego, wykorzystującego model w dyskretnej przestrzeni stanu (1). Funkcja kryterialna wykorzystywana przez regulator ma postać (2a) i uwzględnia założone ograniczenia (2b).

$$\begin{aligned}x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) \\y(k) &= Cx(k)\end{aligned}\tag{1}$$

gdzie: $x(k)$, $u(k)$, $y(k)$ to odpowiednio wektory: stanu, zmiennych wejściowych i wyjściowych, A , B , C to znane, niezmiennie w czasie macierze systemowe.

$$J_N^* = \min_{U = [u_0^T, \dots, u_{N_u-1}^T]^T} \left[\sum_{k=0}^{N_p} y_k^T Q y_k + \sum_{k=0}^{N_u-1} u_k^T R u_k \right]\tag{2a}$$

$$u_{\min} \leq u(k) \leq u_{\max}; \quad \Delta u_{\min} \leq \Delta u(k) \leq \Delta u_{\max}; \quad x_{\min} \leq y(k) \leq x_{\max}\tag{2b}$$

gdzie: $Q \geq 0$ i $R > 0$ – macierze wagowe regulatora, N_p , N_u – horyzonty predykcyjnie odpowiednio: wyjść i sygnałów sterujących, U – sekwencja sterowań (N_u wektorów m -wymiarowych, gdzie m jest liczbą sygnałów sterujących). Zakłada się, że $N_u \leq N_p$, a $u_k = u_{N_u-1}$ dla każdego $k \geq N_u$.

Wśród algorytmów predykcyjnych wyróżnić można układy realizowane w czasie rzeczywistym., w których problem optymalizacji rozwiązywany jest w każdym kroku obliczeń. Ten typ optymalizacji, nazywany *on-line*, wymaga dużego nakładu obliczeniowego w każdej iteracji i w związku z tym, stosowany może być w układach o relatywnie niskiej dynamice. Drugi typ optymalizacji, nazywany *off-line*, wykorzystuje programowanie wieloparametryczne. W wyniku jego działania, przestrzeń stanu dzielona jest na regiony (P_r), które opisane są nierównościami określającymi ich granice (3a). Do każdego regionu przypisane jest prawo sterowania, które

jest kawałkami ciągle i określone jako liniowa funkcja zmiennych stanu (3b). Szczegółowy opis wyznaczania regionów i obliczania praw sterowania podany jest w [1]. Podejście takie pozwala zastosować algorytmy predykcyjnych do obiektów o większej dynamice.

$$P_r = \{x \in \mathbf{R}^n \mid H_r x \leq K_r\} \quad (3a)$$

$$u(x) = F_r x(k) + g_r \quad \forall x \in P_r, r = 1, \dots, N_r \quad (3b)$$

3. METODY OGRANICZANIA ZŁOŻONOŚCI OBLICZENIOWEJ ALGORYTMÓW PREDYKCYJNYCH

W przypadku bardziej skomplikowanych problemów, złożoność obliczeniowa algorytmów predykcyjnych uniemożliwia praktyczną realizowalność tego typu układów sterowania. Należy wówczas rozważyć możliwość redukcji złożoności obliczeniowej. W przypadku zastosowania optymalizacji *off-line*, wyznaczenie sygnału sterującego polega na znalezieniu aktywnego regionu i zastosowaniu powiązanego z nim prawa sterowania. Prosty algorytm przeszukuje kolejne regiony, sprawdzając spełnienie nierówności opisujących ich granice. Jeśli wszystkie nierówności dla określonego regionu są spełnione, należy zastosować powiązane z nim prawo sterowania. Złożoność tego algorytmu w prosty sposób zależy od liczby regionów. W związku z tym redukcję złożoności można uzyskać poprzez: zmniejszenie liczby regionów, zmniejszenie horyzontów predykcji wyjść i sterowań lub poprzez zastosowanie innych metod wyznaczania sterowania.

W przypadku zmniejszenia liczby regionów połączeniu ulegają regiony z tym samym prawem sterowania. Zakłada się przy tym, że wynikowy region ma być regionem wypukłym. Można stwierdzić, że obszar jest wypukły, jeśli dowolne dwa punkty leżące w jego środku, można połączyć odcinkiem, w całości zawierającym się w danym obszarze. Konsekwencją zastosowania tej metody nie jest zmniejszenie liczby praw sterowania, jak w przypadku ograniczenia horyzontów a lepszy sposób podziału przestrzeni. Podczas łączenia regionów dąży się do tego by nowe obszary miały maksymalne powierzchnie. Maksymalna powierzchnia gwarantuje maksymalną redukcję ilości regionów. Niektórzy autorzy (np. [2], [8]) proponują również usuwanie małych lub „skrajnych” regionów (takich regionów, których zastosowanie jest mało prawdopodobne, mają małe powierzchnie, trajektorie przebywają w nich minimalną ilość czasu i mogą być wybrane w wyniku występowania np. szumów pomiarowych). Są to zazwyczaj metody stratne, zmniejszające liczbę dostępnych praw sterowania.

Zmniejszenie horyzontów predykcji negatywnie wpływa na właściwości dynamiczne układu [3]. Wybór długości horyzontu musi stanowić kompromis pomiędzy

jakością sterowania a realizowalnością algorytmu. Dodatkowo ogranicza się często horyzont predykcji sterowań, zakładając zerową wartość przyrostu sygnału sterującego dla całego horyzontu predykcji wyjść, co w znacznym stopniu redukuje złożoność obliczeniową algorytmu.

Alternatywne metody wyznaczania sterowania ograniczające złożoność obliczeniową to np. metody wykorzystujące drzewa binarne. Metody te nie ograniczają ilości regionów ani praw sterowania. Służą natomiast do bardziej efektywnego przeszukiwania zbioru rozwiązań. Wyznaczenie sterowania związanego z aktualnym stanem polega, podobnie jak w klasycznym algorytmie, na znalezieniu aktywnego regionu, a następnie na zastosowaniu prawa sterowania powiązanego z tym regionem.

4. UKŁAD DWUMASOWY

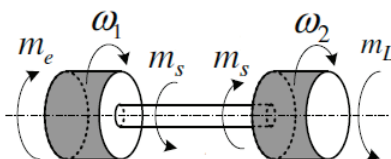
W badaniach symulacyjnych przyjęto model układu dwumasowego z bezinercyjnym elementem sprężystym [7]. Schemat układu przedstawiono na rysunku 1, natomiast równania opisujące zależności w nim występujące przedstawiono wzorami (4)–(6):

$$\frac{d\omega_1}{dt} = \frac{1}{T_1}(m_e - m_s) \quad (4)$$

$$\frac{d\omega_2}{dt} = \frac{1}{T_2}(m_s - m_L) \quad (5)$$

$$\frac{dm_s}{dt} = \frac{1}{T_c}(\omega_1 - \omega_2) \quad (6)$$

gdzie: ω_1 – prędkość silnika, ω_2 – prędkość maszyny roboczej, T_1 , T_2 – stałe czasowe związana z momentem bezwładności odpowiednio silnika napędowego oraz maszyny roboczej, m_e – moment elektromagnetyczny, m_s – moment skrętny, m_L – moment obciążenia, T_c – stała czasowa związana ze sprężystością elementu łączącego.



Rys. 1. Schemat ideowy układu dwumasowego

5. MODEL MATEMATYCZNY SILNIKA. STRUKTURA STEROWANIA

Część elektromagnetyczną zapisano za pomocą modelu silnika indukcyjnego, opisanego w układzie x - y w jednostkach względnych, przy orientacji wektorów przestrzennych na strumień wirnika i uwzględnieniu powszechnie stosowanych założeń upraszczających. Układ napędowy, sterowany ma być z falownika napięcia, należy zatem uwzględnić obwód stojana. W równaniu tego obwodu występują sprzężenia skrośne, które należy odprzęgać przy sterowaniu [4].

Struktura sterowania, budową zbliżona jest do układu połowo zorientowanego. Występuje w niej jednak jeden regulator predykcyjny, wykorzystujący model obiektu w przestrzeni stanu. Zbudowany jest przy założeniu, że napęd pracuje w obszarze stałego momentu, a strumień stabilizowany jest na wartości znamionowej. Pominięto również człony odprzęgające, które uwzględnione są w strukturze sterowania. Wektor zmiennych stanu został rozszerzony o dwie zmienne referencyjne. W strukturze sterowania minimalizowane są uchyby strumienia wirnika, momentu skrętnego i położenia wału. Poziom ograniczeń określono na podstawie zaleceń przedstawionych w [6]. Model obiektu przedstawia układ równań (1). W którym:

$$x = [i_{sx} \quad \psi_r \quad i_{sy} \quad \omega_1 \quad \omega_2 \quad m_s \quad m_L \quad \psi_r^{\text{ref}} \quad \omega^{\text{ref}}]^T \quad (7)$$

$$u = [u_{sx} \quad u_{sy}]^T \quad (8)$$

$$y = \begin{bmatrix} \psi_r(k) - \psi_r^{\text{ref}}(k) \\ \omega_1(k) - \omega_1^{\text{ref}}(k) \\ m_s(k) - m_L(k) \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma T_N x_s} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sigma T_N x_s} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (10)$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$A = \begin{bmatrix} \frac{-r_s}{\sigma T_N x_s} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{r_r}{x_r T_N} & \frac{-r_r}{x_r T_N} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-r_s}{\sigma T_N x_s} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\psi_r^{\text{nom}} x_M}{x_r T_1} & 0 & 0 & -\frac{1}{T_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{T_2} & -\frac{1}{T_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{T_c} & -\frac{1}{T_c} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$u_{sx}, u_{sy}, i_{sx}, i_{sy}$ – napięcia i prądy stojana w osiach x i y , $\psi_r = \psi_{rx}$, ψ_r^{ref} – strumień wirnika w osi x i referencyjny, T_N – stała czasowa odniesienia, r_s, r_r – rezystancje: stojana, wirnika, x_s, x_r, x_M – reaktancje: stojana, wirnika, magnesująca, σ – całkowity współczynnik rozproszenia silnika, T_1, T_2 – mechaniczna stała czasowa silnika i maszyny roboczej, m_L – moment obciążenia, ω_1, ω_2 – prędkość silnika i maszyny roboczej, przy czym:

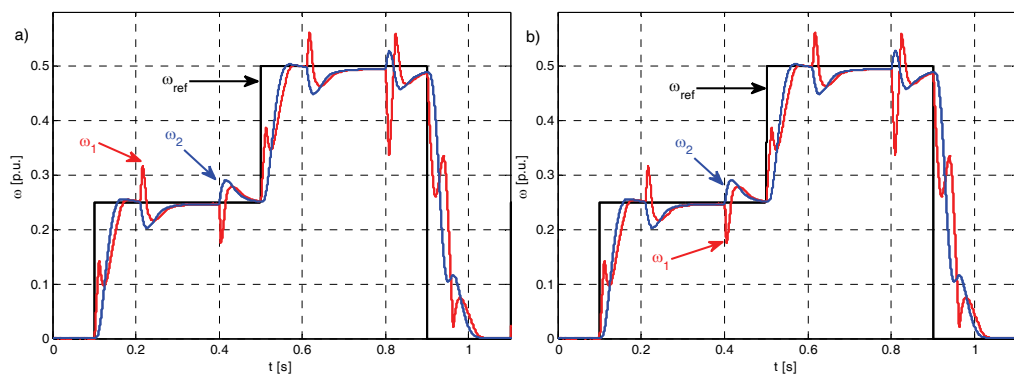
$$\left| u_{sx} \right| \leq u_{sx}^{\text{max}}; \left| u_{sy} \right| \leq u_{sy}^{\text{max}}; \left| i_{sx} \right| \leq i_{sx}^{\text{max}}; \left| i_{sy} \right| \leq i_{sy}^{\text{max}}; \left| m_s \right| \leq m_s^{\text{max}} \quad (13)$$

oraz: $u_{sx}^{\text{max}} = u_{sy}^{\text{max}} = 1$; $i_{sx}^{\text{max}} = 2,5$; $i_{sy}^{\text{max}} = 2,3$; $m_s^{\text{max}} = 0,9$

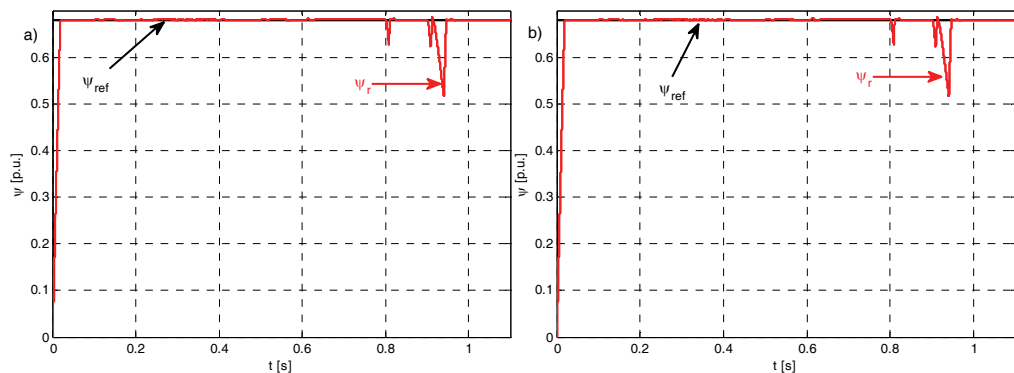
6. WYNIKI BADAŃ SYMULACYJNYCH

Podczas badań symulacyjnych zbadano poprawność działania zaproponowanego układu. Porównano również działanie standardowego regulatora predykcyjnego oraz regulatora ze zredukowaną liczbą regionów. W celu redukcji liczby obszarów wykorzystano metodę polegającą na łączeniu regionów z tym samym prawem sterowania, opisaną szerzej w punkcie 3. Wyniki przedstawiono na rysunkach 2–5. Symulacja polegała na zadaniu w chwili 0 s wartości znamionowej strumienia wirnika. Następnie prędkość referencyjna silnika zmieniała się skokowo w chwili 0,1 s do wartości 0,25 [p.u.], w chwili 0,5 s do wartości 0,5 [p.u.] oraz w chwili 0,9 s do wartości 0 [p.u.]. Moment obciążenia zadawany był po ustaleniu się prędkości na wartości

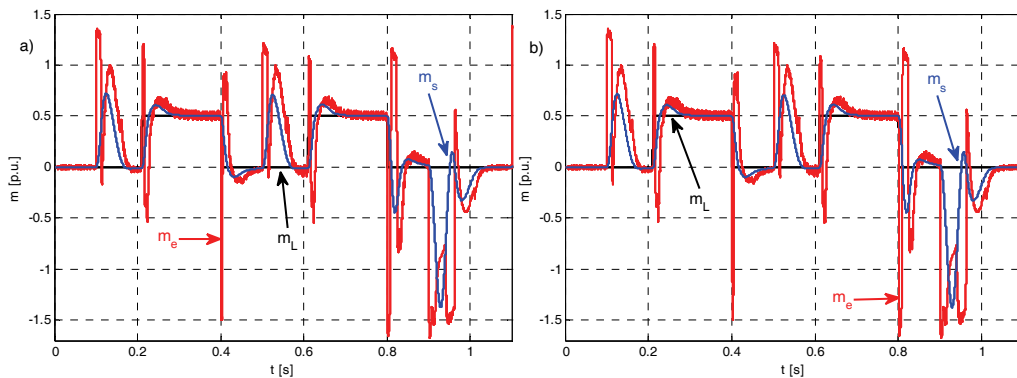
zadanej. Skokowe zmiany momentu obciążenia do wartości 0,5 [p.u.] następowały w chwilach 0,21 s i 0,61 s. Natomiast odciążanie silnika następowało w chwilach 0,4 s i 0,8 s. Przebiegi prędkości referencyjnej, silnika oraz maszyny roboczej przedstawiono na rysunku 2a i 2b odpowiednio dla układu ze standardowym regulatorem oraz dla układu z regulatorem ze zredukowaną liczbą regionów. Analogicznie na rysunkach 3 i 4 przedstawiono odpowiednio przebiegi strumienia wirnika oraz momentów (elektromagnetycznego, skrętnego i obciążenia) uzyskane dla obu struktur. Na rysunku 5 zaprezentowano, które regiony były wykorzystywane w poszczególnych chwilach czasowych w układzie standardowym (1) i ze zredukowaną liczbą regionów (2).



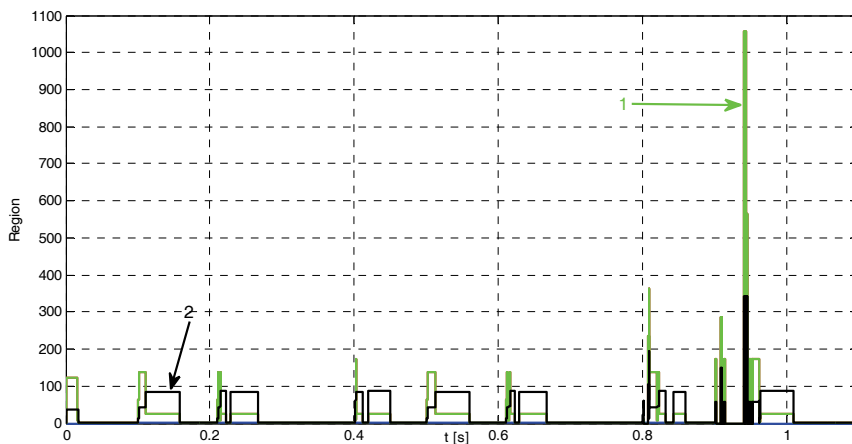
Rys. 2. Przebiegi prędkości referencyjnej, silnika i maszyny roboczej, uzyskane w układzie ze standardowym (a) i zredukowanym (b) regulatorem



Rys. 3. Przebiegi strumienia referencyjnego i wirnika, uzyskane w układzie ze standardowym (a) i zredukowanym (b) regulatorem



Rys. 4. Przebiegi momentu elektromagnetycznego, obciążenia i skrętnego, uzyskane w układzie ze standardowym (a) i zredukowanym (b) regulatorem



Rys. 5. Regiony wykorzystywane w układzie ze standardowym (1) i zredukowanym (2) regulatorem

7. PODSUMOWANIE

Badania symulacyjne potwierdzają poprawność działania zaproponowanej struktury sterowania. Zarówno prędkość jak i strumień są bardzo dobrze stabilizowane. Jak zaprezentowano na rysunkach 2–4 układy: standardowy oraz ze zredukowaną liczbą regionów, w warunkach niewystępowania szumów pomiarowych, zachowują się idealnie. Potwierdza to zasadność twierdzenia, że przedstawiona metoda redukcji liczby regionów jest metodą bezstratną. W wyniku jej działania udało się

zredukować liczbę regionów z 1212 do 671 (redukcja na poziomie ok. 45%). Skutkuje to również mniejszym czasem generacji sterowania. Jak sprawdzono w przypadku standardowego układu, generacja sygnału sterującego w najgorszym przypadku zajmuje ok. 4,5 ms. W przypadku układu z redukcją liczby regionów, czas ten zmniejsza się do ok. 2,6 ms. Uzyskuje się zatem zmniejszenie czasu obliczenia sterowania na poziomie 42% (dla najgorszego przypadku). Porównanie właściwości regulatora standardowego i zredukowanego przedstawiono w tabeli 1. Czas potrzebny na przeszukanie wszystkich regionów zmniejsza się z ok. 4,4 ms do ok. 2,5 ms, co daje redukcję na poziomie 43%.

Tabela 1. Porównanie regulatora standardowego i zredukowanego

Regulator	standardowy	zredukowany
Czas generacji sygnału sterującego	4,5 ms	2,6 ms
Liczba regionów	1212	671

Praca finansowana przez Narodowe Centrum Nauki w ramach projektu: „Odporne estymatory zmiennych stanu i parametrów układu napędowego z połączeniem sprzężystym”, UMO-2011/01/B/ST7/03500. 2011-2014

LITERATURA

- [1] BEMPORAD A., MORARI M., DUA V., PISTIKOPOULOS E.N., *The explicit linear quadratic regulator for constrained systems*, Automatica, 2002, Vol. 38, No. 1, 3–20.
- [2] CHRISTOPHERSEN F.J., ZEILINGER M.N., JONES C.N., MORARI M., *Controller Complexity Reduction for Piecewise Affine Systems Through Safe Region Elimination*, 46th IEEE Conf. on Decision and Control New Orleans, LA, USA, 2007, 4773–4778.
- [3] MORARI M., LEE J.H., *Model predictive control: Past, present and future*, Computers & Chemical Engineering, 1999, No. 4–5, 667–682.
- [4] ORŁOWSKA-KOWALSKA T., *Bezczujnikowe układy napędowe z silnikami indukcyjnymi*, Oficyna Wydawnicza PWR., Wrocław 2003.
- [5] RODRIGUEZ J., KAZMIERKOWSKI M.P., ESPINOZA J.R., ZANCHETTA P., ABU-RUB H., YOUNG H.A., ROJAS CH.A., *State of the Art of Finite Control Set Model Predictive Control In Power Electronics*, IEEE Trans. on Industrial Informatics, 2013, Vol. 9, No. 2, 1003–1016.
- [8] SERKIES P.J., SZABAT K., DODDS S., *Sterowanie napędem dwumasowym bazujące na metodzie FDC z ograniczeniami zmiennych stanu*, Przegląd Elektrotechniczny, 2013, vol. 89, nr 12, 60–63.
- [6] SZABAT K., *Struktury sterowania elektrycznych układów napędowych z połączeniem sprzężystym*, Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej, Nr 61, Seria: Monografie, Nr 19, Wrocław 2008, 33–40.
- [7] VASAK M., BAOTIC M., PERIC N., SZABAT K., CYCHOWSKI M., *Efficient implementation of patched LQR for control and protection of multi-mass drives*, IEEE International Symposium on Industrial Electronics (ISIE), 2011, 1913–1918.

REDUCING COMPUTATIONAL COMPLEXITY OF PREDICTIVE CONTROLLER IN TWO-MASS SYSTEM WITH INDUCTION MOTOR

The paper presents the opportunity of reducing the computational complexity of the predictive algorithms operating in two-mass drive systems with induction motors. The paper is divided into 7 sections as follows: Section 1 – introduction, Sections 2 and 3 are dedicated to the description of the predictive algorithms and methods to reduce the computational complexity of this type of regulators, Section 4 shows schematic diagram and relationships existing in the two-mass system. Section 5 presents model of the induction motor and control structure. Then, in Section 6, the simulation results have been shown. The article is finished as the research conclusion and summarizing the results.