

POLITECHNIKA WROCLAWSKA  
INSTYTUT MASZYN, NAPĘDÓW I POMIARÓW ELEKTRYCZNYCH  
ZAKŁAD NAPĘDU ELEKTRYCZNEGO, MECHATRONIKI I AUTOMATYKI PRZEMYSŁOWEJ

Laboratorium

**Sterowanie napędami elektrycznymi – zagadnienia wybrane**

Ćwiczenie

Badanie wybranych struktur dla napędów z połączeniem sprzężystym – regulatory PI/PID, regulator stanu

Opracował:

dr inż. Marcin Kamiński

Wrocław 2013

## 1. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest:

- zapoznanie się z problematyką dotyczącą sterowania układów napędowych o złożonej części mechanicznej (z ograniczoną sztywnością elementów łączących silnik napędowy z maszyną roboczą),
- analiza właściwości struktur sterowania napędem dwumasowym:
  - > z regulatorami P/PI,
  - > z regulatorem stanu.

## 2. Zakres ćwiczenia

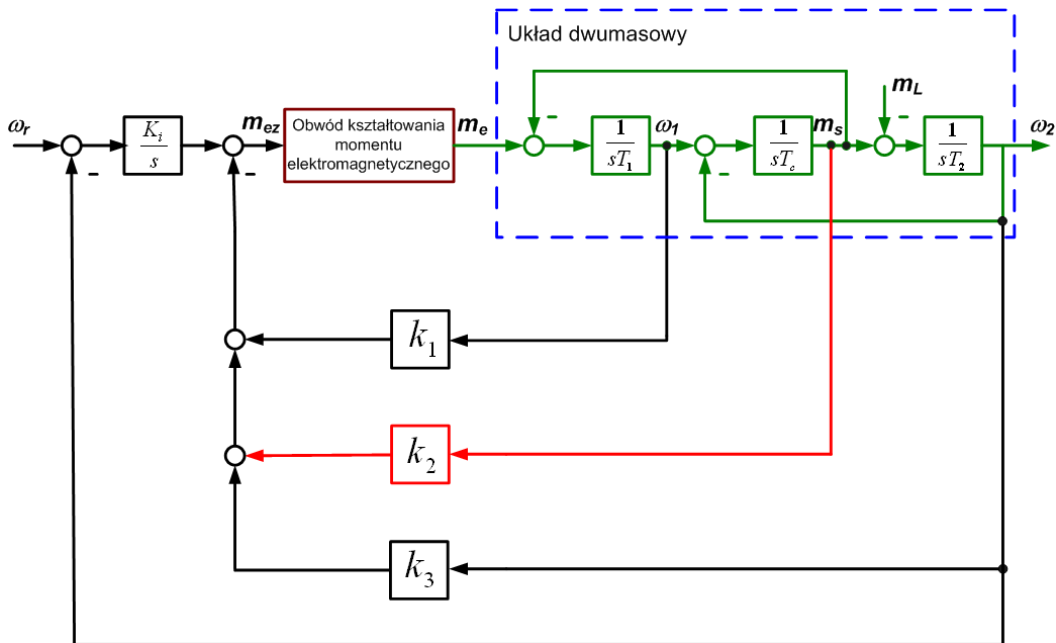
- Sprawdzenie stanu wiedzy studentów.
- Modelowanie układu napędowego z połączeniem sprężystym.
- Projektowanie układów regulacji prędkości w oparciu o metodę rozmieszczenia biegunów równania charakterystycznego, przy wykorzystaniu transmitancji zastępczej układu.
- Wykonanie, w programie *Matlab\Simulink*, struktur sterowania z regulatorami P/PI oraz regulatorem stanu.
- Testy modelowanych struktur sterowania:
  - > dla zmian wartości parametrów determinujących dynamikę układu regulacji (pulsacji rezonansowej oraz współczynnika tłumienia),
  - > w obecności zmian parametrów obiektu.

## 3. Wstęp teoretyczny

W wielu rzeczywistych rozwiązaniach przemysłowych, wykorzystywane są napędy elektryczne zawierające złożoną część mechaniczną. Charakterystyczną cechą, w większości przypadków, jest sprężystość elementów łączących (wałów, sprzęgieł, itd.). Przy takiej konstrukcji występują zakłócenia w transmisji momentu elektromagnetycznego. W efekcie, w przebiegach zmiennych stanu pojawiają się oscylacje zakłócające. W związku z tym zapewnienie precyzyjnego sterowania prędkością lub położeniem, przy wykorzystaniu klasycznych struktur sterowania jest bardzo utrudnione (w szczególnych przypadkach oscylacje zmiennych stanu mogą prowadzić do utraty stabilności napędu). Ponadto drgania skrętne zwiększają prawdopodobieństwo uszkodzeń części mechanicznej napędu. Przykładami występowania układów napędowych charakteryzujących się powyższymi właściwościami mogą być:

- napędy walcownicze,
- mechanizmy maszyn papierniczych oraz tekstylnych,
- wyciągowe układy napędowe,
- radioteleskopy ,
- napęd robotów,
- manipulatory chirurgiczne.

W niniejszym ćwiczeniu, jednym z zadań jest analiza układu dwumasowego z regulatorem stanu w obwodzie sterowania prędkością. Schemat struktury przedstawiono na rysunku 1. W celu doboru wartości współczynników wzmacnień zastosowano metodę rozmieszczenia biegunów równania charakterystycznego, przy wykorzystaniu transmitancji zastępczej układu.



**Rys. 1.** Zastosowanie regulatora stanu strukturze sterowania prędkością napędu dwumasowego

W przedstawionym powyżej schemacie układu napędowego założona została idealna pętla kształtowania momentu elektromagnetycznego, nie wprowadzająca dodatkowych opóźnień, która może być przedstawiona za pomocą transmitancji:

$$G(s) = 1. \quad (1)$$

Punktem wyjścia do wyznaczenia transmitancji układu zamkniętego struktury z rysunku 1 jest następujący układ równań:

$$\begin{aligned} T_1 \frac{d\omega_1}{dt} &= m_e - m_s \\ T_2 \frac{d\omega_2}{dt} &= m_s - m_L \\ T_c \frac{dm_s}{dt} &= \omega_1 - \omega_2 \\ m_e &= R(\omega_r - \omega_2) - k_1\omega_1 - k_2m_s - k_3\omega_2 \end{aligned} \quad (2-5)$$

gdzie:  $\omega_1$  – prędkość silnika,  $\omega_2$  – prędkość maszyny roboczej,  $m_s$  – moment skrętny,  $m_L$  – moment obciążenia,  $T_1$  – mechaniczna stała czasowa silnika,  $T_2$  – mechaniczna stała czasowa obciążenia,  $T_c$  – stała czasowa elementu sprężystego.

gdzie:

$$R = \frac{K_i}{s} \quad (6)$$

Wprowadzając operator Laplace'a:

$$\begin{aligned} T_1 s \omega_1 &= m_e - m_s \\ T_2 s \omega_2 &= m_s - m_L \\ T_c s m_s &= \omega_1 - \omega_2 \\ m_e &= R(\omega_r - \omega_2) - k_1 \omega_1 - k_2 m_s - k_3 \omega_2 \end{aligned} \quad (7-10)$$

możliwe jest wyznaczenie transmitancji przewodniej zamkniętego układu sterowania:

$$\frac{\omega_2}{\omega_r} = \frac{R}{T_1 T_2 T_c s^3 + T_1 s + T_2 s + R + k_1 T_c T_2 s^2 + k_1 + k_2 T_2 s + k_3} \quad (11)$$

Uwzględniając równanie (6), otrzymuje się:

$$\frac{\omega_2}{\omega_r} = \frac{K_i}{s^4 T_1 T_2 T_c + s^3 k_1 T_c T_2 + s^2 (T_1 + T_2 + k_2 T_2) + s(k_1 + k_3) + K_i} \quad (12)$$

Natomiast transmitancja zakłóceńowa jest wyrażona następująco:

$$\frac{\omega_2}{m_L} = \frac{s^3 (-T_1 T_c) - s^2 k_1 T_c - s(k_2 + 1)}{s^4 T_1 T_2 T_c + k_1 T_c T_2 s^3 + s^2 (T_1 + T_2 + k_2 T_2) + s(k_1 + k_3) + K_i} \quad (13)$$

Równanie charakterystyczne układu zamkniętego przyjmuje następującą postać:

$$H(s) = s^4 + s^3 \frac{k_1}{T_1} + s^2 \left( \frac{1}{T_2 T_c} + \frac{1}{T_1 T_c} + \frac{k_2}{T_1 T_c} \right) + s \left( \frac{k_1}{T_1 T_2 T_c} + \frac{k_3}{T_1 T_2 T_c} \right) + \frac{K_i}{T_1 T_2 T_c} \quad (14)$$

W celu wyprowadzenia zależności określających nastawy regulatora stanu, należy równanie charakterystyczne układu (14) przyrównać do wielomianu odniesienia tego samego rzędu. Do rozważań przyjęto wielomian w postaci:

$$(s^2 + 2\xi_r \omega_o s + \omega_o^2)(s^2 + 2\xi_r \omega_o s + \omega_o^2) = s^4 + s^3(4\xi_r \omega_o) + s^2(2\omega_o^2 + 4\xi_r^2 \omega_o^2) + s(4\xi_r \omega_o^3) + \omega_o^4 \quad (15)$$

Porównując elementy przy jednakowych potęgach operatora Laplace'a uzyskuje się następujący układ równań:

$$\begin{aligned}
4\xi_r \omega_o &= \frac{k_1}{T_1} \\
2\omega_o^2 + 4\xi_r^2 \omega_o^2 &= \frac{1}{T_2 T_c} + \frac{1}{T_1 T_c} + \frac{k_2}{T_1 T_c} \\
4\xi_r \omega_o^3 &= \frac{k_1}{T_1 T_2 T_c} + \frac{k_3}{T_1 T_2 T_c} \\
\omega_o^4 &= \frac{K_i}{T_1 T_2 T_c}
\end{aligned} \tag{16-19}$$

ostatecznie po przekształceniach otrzymuje się wartości współczynników wzmocnień regulatora stanu:

$$\begin{aligned}
k_1 &= 4\xi_r \omega_o T_1 \\
k_2 &= T_1 T_c \left( 2\omega_o^2 + 4\xi_r^2 \omega_o^2 - \frac{1}{T_2 T_c} - \frac{1}{T_1 T_c} \right) \\
k_3 &= T_1 T_2 T_c \left( 4\xi_r \omega_o^3 - \frac{k_1}{T_1 T_2 T_c} \right) = T_1 T_2 T_c 4\xi_r \omega_o^3 - k_1 \\
K_i &= \omega_o^4 T_1 T_2 T_c
\end{aligned} \tag{20}$$

W analogiczny sposób możliwe jest wyznaczenie parametrów struktury sterowania wykorzystującej regulator P/PI.

#### 4. Literatura

- materiały z wykładu Podstawy Automatyki
- materiały z wykładu Sterowanie napędami elektrycznymi – zagadnienia wybrane
- Bielawski S., Teoria napędu elektrycznego, WNT, 1978
- Szabat K., Struktury sterowania elektrycznych układów napędowych z połączeniem sprzężystym, Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej, Nr. 61, Seria: Monografie Nr. 19, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, 2008.
- Ogata K., Modern Control Engineering 4-th edition, Prentice Hall, 2002.
- Franklin G. F., Powell J. D., Emami-Naeini A., Feedback Control of Dynamic Systems, 4-th edition, Prentice Hall, 2002.