

Synchroniczna pętla fazowa  
(phase-locked loop PLL)

Pomysł pętli PLL podał de Bellescize w 1932r. Początkowo była wykorzystywana w systemach transmisji sygnałów, obecnie jest szeroko stosowana, a w szczególności w technice pomiarów.

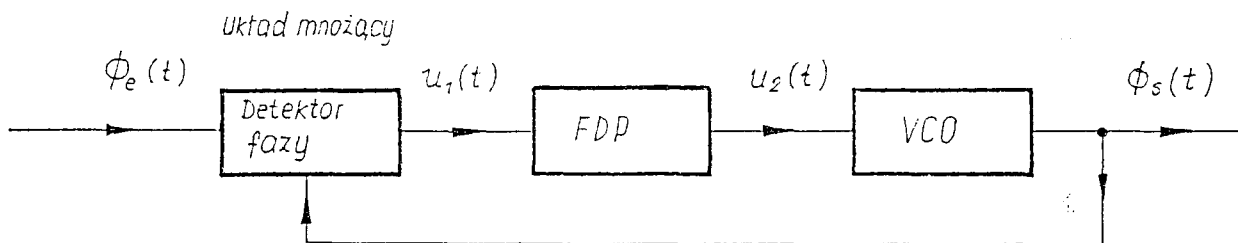
Typowe zastosowania PLL

- demodulacja i modulacja częstotliwościowa sygnałów,
- przetwarzanie napięcie - częstotliwość,
- powielanie częstotliwości,
- filtrowanie synchroniczne,
- przesuwanie fazy sygnałów,
- demodulacja synchroniczna i modulacja amplitudowa sygnałów,
- wydzielenie sygnału z zakłóconego przebiegu,
- synteza częstotliwościowa.

Zasada działania i podstawowe własności PLL

Pętla PLL jest układem nieliniowym. W większości zastosowań - gdy pracuje w stanie synchronizacji - jej działanie można opisać modelem liniowym.

Przedmiotem rozważań będzie analogowa pętla PLL o schemacie funkcjonalnym podanym na rys.1.



Rys.1. Podstawowy schemat funkcjonalny pętli PLL  
FDP - filtr dolnoprzepustowy, VCO - generator sterowany napięciem

Sygnały wejściowy  $\phi_e(t)$  i wyjściowy  $\phi_s(t)$ , które są chwilowymi fazami sygnałów  $e(t)$  i  $s(t)$  określają równania

$$(1) \quad e(t) = U_e \sin \phi_e(t) = U_e \sin \omega_e t \quad ,$$

$$(2) \quad s(t) = U_s \cos \phi_s(t) = U_s \cos [\omega_0 t + \theta_s(t)] \quad ,$$

gdzie:  $\omega_0$  - pulsacja naturalna generatora,  
 $\theta_s(t)$  - chwilowe przesunięcie fazowe.

Zależność między chwilową fazą a chwilową pulsacją podaje zależność

$$(3) \quad \omega(t) = \frac{d\phi(t)}{dt} \quad .$$

Detektor fazowy

Detektor fazowy jest układem mnożącym, którego sygnał wyjściowy jest określony zależnością

$$(4) \quad u_1(t) = g [\bar{\phi}_e(t) - \bar{\phi}_s(t)] = g [\Delta\bar{\phi}(t)] ,$$

Stałą detektora fazowego określa pochodną

$$(5) \quad k_{\bar{\phi}} = \left| \frac{du_1(t)}{d[\Delta\bar{\phi}(t)]} \right| = \left| \frac{du_1(t)}{d[\bar{\phi}_e(t) - \bar{\phi}_s(t)]} \right| .$$

Filtr dolnoprzepustowy FDP

W tej części rozważań przyjęto (interesującą nas zależność w stanie ustalonym), że filtr dolnoprzepustowy ma płaską charakterystykę częstotliwościową o nachyleniu

$$(6) \quad \frac{u_2(t)}{u_1(t)} = \frac{du_2(t)}{du_1(t)} = A .$$

Generator sterowany napięciem VCO

Zależność między pulsacją generatora a napięciem sterującym

$$(7) \quad \omega_s(t) = \frac{d\bar{\phi}_s(t)}{dt} = f [u_2(t)]$$

Stałą generatora VCO określa pochodna

$$(8) \quad k_{\omega} = \left| \frac{d \left[ \frac{d\bar{\phi}_s(t)}{dt} \right]}{du_2(t)} \right| = \left| \frac{df [u_2(t)]}{du_2} \right| .$$

Chwilową wartość pulsacji  $\omega_s(t)$  w funkcji  $\Delta\bar{\phi}(t)$  wyraża zależność

$$(9) \quad \omega_s(t) \stackrel{(3)}{=} \frac{d\bar{\phi}_s(t)}{dt} \stackrel{(2)}{=} \left[ \omega_0 t + \Theta_s(t) \right]' \stackrel{(8)}{=} \omega_0 + k_{\omega} u_2(t) \stackrel{(6)}{=} \omega_0 + A k_{\omega} u_1(t) = \stackrel{(5)}{=} \omega_0 + A k_{\omega} k_{\bar{\phi}} \Delta\bar{\phi}(t) .$$

Własności pętli PLL można określić z funkcji

$$(10) \quad \Delta\bar{\phi}(t) = \bar{\phi}_e(t) - \bar{\phi}_s(t)$$

obliczając jej pochodną

$$(11) \quad \frac{d[\Delta\bar{\phi}(t)]}{dt} = \frac{d\phi_e(t)}{dt} - \frac{d\phi_s(t)}{dt},$$

$$\frac{d[\Delta\bar{\phi}(t)]}{dt} \stackrel{(1) \cdot (2)}{=} (\omega_e t)' - [\omega_0 t + \theta_s(t)]',$$

$$\frac{d[\Delta\bar{\phi}(t)]}{dt} \stackrel{(9)}{=} \omega_e - \omega_0 - A k_\omega k_\phi \Delta\bar{\phi}(t).$$

Po uporządkowaniu równania otrzymano

$$(12) \quad \frac{d[\Delta\bar{\phi}(t)]}{dt} + A k_\omega k_\phi \Delta\bar{\phi}(t) = \omega_e - \omega_0.$$

Rozwiązanie równania różniczkowego

$$(13) \quad \Delta\bar{\phi}(t) = \frac{\omega_e - \omega_0}{A k_\omega k_\phi} + C \exp(-A k_\omega k_\phi t),$$

gdzie: C - stała całkowania.

W stanie ustalonym

$$(14) \quad \Delta\bar{\phi}(t) = \frac{\omega_e - \omega_0}{A k_\omega k_\phi}.$$

Wyrażenie to dowodzi, że tym mniejszą wartość  $\Delta\bar{\phi}(t)$  uzyska się im będzie mniejsza różnica między  $\omega_e$  i  $\omega_0$  i im większą wartość będzie miał iloczyn  $A k_\omega k_\phi$ . Należy podkreślić, że w układzie rzeczywistym wartość iloczynu  $A k_\omega k_\phi$  ze względu na stabilność pętli PLL jest ograniczona.

### Stabilność pętli synchronizacji fazowej

Podzespoły są opisane transformatorami Laplace'a

- detektor fazowy

$$(15) \quad U_1(s) = k_\phi [\bar{\phi}_e(s) - \bar{\phi}_s(s)] = k_\phi \Delta\bar{\phi}(s)$$

- filtr dolnoprzepustowy (FDP)

$$(16) \quad K(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)}$$

- generator sterowany napięciem (VCO)

$$(17) \quad \bar{\Phi}_s(s) = \frac{k_\omega}{s} U_2(s)$$

Transmitancja zamkniętego układu PLL

$$(18) \quad H(s) = \frac{\bar{\Phi}_s(s)}{\bar{\Phi}_e(s)} = \frac{\frac{k_\omega k_\phi}{s} K(s)}{1 + \frac{k_\omega k_\phi}{s} K(s)} = \frac{B(s)}{1 + B(s)}$$

Pętla PLL jest niestabilna gdy

$$(19) \quad 1 + B(s) = 0$$

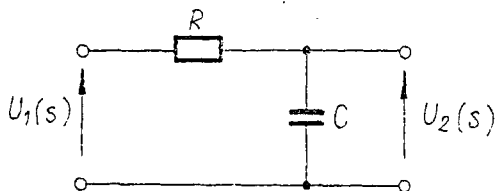
Warunek ten można przedstawić w postaci

$$B(j\omega) = -1 \iff \begin{cases} |B(j\omega)| = 1 \\ \arg B(j\omega) = \pi + 2k\pi \end{cases}$$

Zgodnie z twierdzeniem Bode układ jest stabilny jeżeli charakterystyka układu otwartego  $B(j\omega)$  przecina oś odciętych (0 dB) z nachyleniem - 20 dB na dekadę (odpowiada to przebiegowi o nachyleniu - 45°, czyli przebieg ma współczynnik kierunkowy równy -1).

Rozważmy stabilność pętli PLL, gdy zostaną zastosowane następujące filtry dolno-przepustowe

A. Filtr dolnoprzepustowy rzędu pierwszego



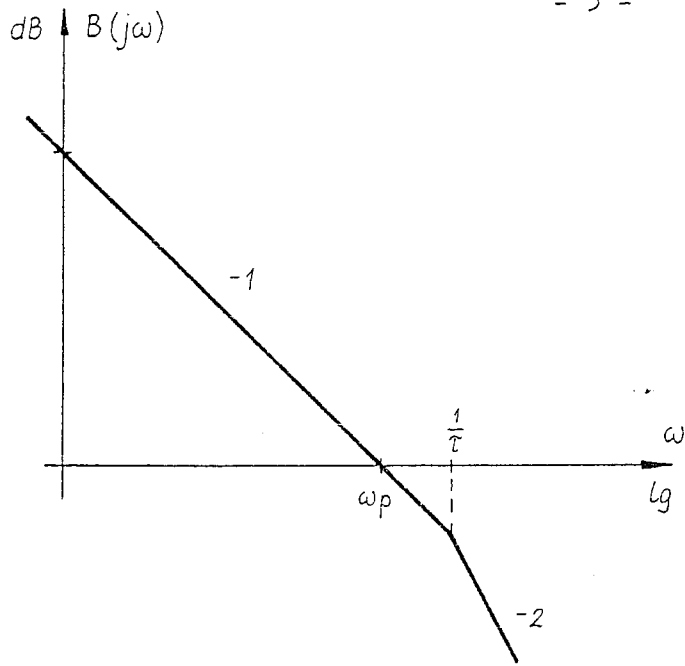
$$K(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{1}{1 + \tau s}$$

$$\tau = RC$$

Transmitancje układu otwartego podaje zależność

$$B(s) = \frac{k_\omega k_s}{s} \frac{A}{1 + \tau s}$$

którą przedstawiono na wykresie Bode



$$\omega_p = A k_{\omega} k_{\phi}$$

Zatem układ będzie stabilny, gdy

$$A k_{\omega} k_{\phi} < \frac{1}{\tau}$$

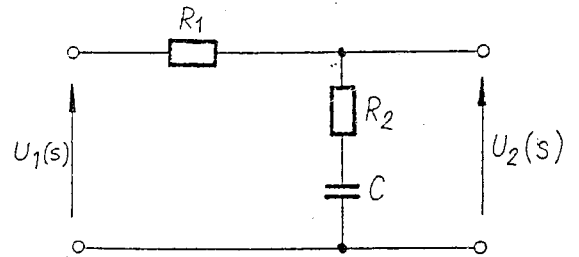
B. Filtr pasywny opóźniająco - przyspieszający

$$K(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{1 + \tau_1 s}{1 + \tau_2 s}$$

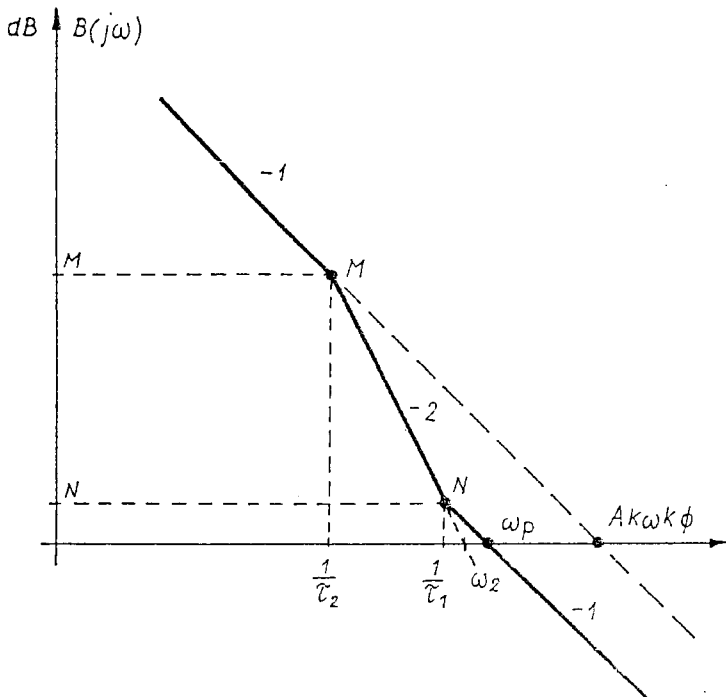
$$\tau_1 = R_2 C ; \quad \tau_2 = (R_1 + R_2) C$$

Transmitancje układu otwartego

$$B(s) = \frac{k_{\omega} k_{\phi}}{s} \frac{A(1 + \tau_1 s)}{1 + \tau_2 s}$$



przedstawia wykres Bode



$$\frac{\lg M}{\lg A k_{\omega} k_{\phi} - \lg \frac{1}{\tau_2}} = 1 ; \quad M = A k_{\omega} k_{\phi} \tau_2$$

$$\frac{\lg M}{\lg \omega_2 - \lg \frac{1}{\tau_2}} = 2 ; \quad M = (\omega_2 \tau_2)^2$$

$$\frac{\lg N}{\lg \omega_2 - \lg \frac{1}{\tau_1}} = 2 ; \quad N = (\omega_2 \tau_1)^2$$

$$\frac{\lg N}{\lg \omega_p - \lg \frac{1}{\tau_1}} = 1 ; \quad N = \omega_p \tau_1$$

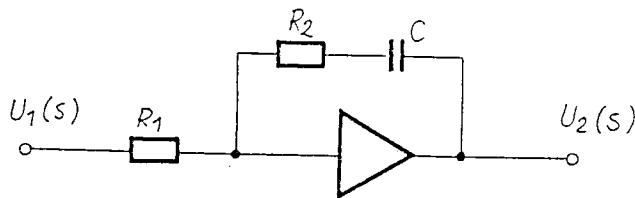
Z układu równań otrzymano

$$\omega_p = A k_\omega k_\phi \frac{\tau_1}{\tau_2}$$

Układ będzie stabilny gdy  $\omega_p > \frac{1}{\tau_1}$  czyli, gdy

$$A k_\omega k_\phi \frac{\tau_1}{\tau_2} > \frac{1}{\tau_1}$$

C. Filtr aktywny całkujący - przyspieszający



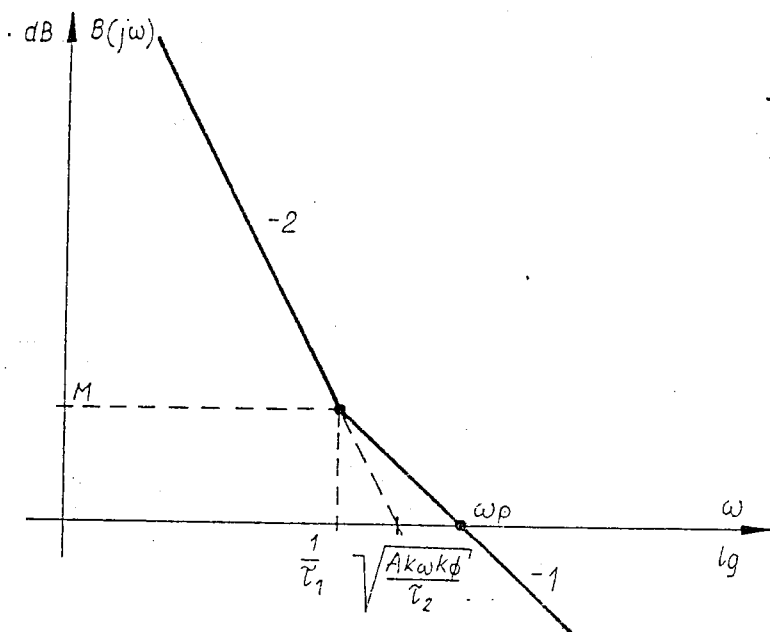
$$K(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{1 + \tau_1 s}{\tau_2 s}$$

$$\tau_1 = R_2 C, \quad \tau_2 = R_1 C$$

Transmitancja układu otwartego

$$B(s) = \frac{k_\omega k_\phi}{s} \frac{A(1 + \tau_1 s)}{\tau_2 s}$$

przedstawia wykres Bode



$$\frac{\lg M}{\lg \left( \frac{A k_\omega k_\phi}{\tau_2} \right)^{1/2} - \lg \frac{1}{\tau_1}} = 2; \quad M = \frac{A k_\omega k_\phi \tau_1^2}{\tau_2}$$

$$\frac{\lg M}{\lg \omega_p - \lg \frac{1}{\tau_1}} = 1; \quad M = \omega_p \tau_1$$

Z równań otrzymano

$$\omega_p = A k_\omega k_\phi \frac{\tau_1}{\tau_2}$$

Układ będzie stabilny gdy

$$A k_{\omega} k_{\phi} \frac{\tau_1}{\tau_2} > \frac{1}{\tau_1}$$

Parametry pętli PLL

Parametr	LM 565 National Semiconductor	XR 215 Teletex Airtronic	CD 4046 MCY 4046 RCA CEMI
Maksymalna częstotliwość generatora VCO	500 kHz	35 MHz	1 MHz
Stała generatora VCO	6,6 kHz/V		
Stała detektora fazowego	0,7 V/rad	2 V/rad	

Układ MCY 4046 ma dwa komparatory fazy:

- Komparator I jest prostą bramką Ex-OR i pracuje na zasadzie modulatora zrównoważonego (czteroczwartkowy układ mrozący). Porównuje sygnały przesunięte o  $\pi/2$
- Komparator II jest cyfrowo sterowanym układem pamięciowym. Komparator reaguje na zbocza narastające porównywanych sygnałów. Porównuje sygnały przesunięte o  $0^\circ$ .