Ćwiczenie A-1: Pomiary przyrządem analogowym

Cel ćwiczenia: Nauka pomiarów wykonywanych przyrządami analogowymi - popularnie zwanych miernikami wskazówkowymi; poznanie zasad obliczania dokładności pomiaru realizowanego metodą bezpośrednią i z pojedynczym odczytem, czyli niepewności pomiaru typu B.

1. **Podstawowe pojęcia**

**Błąd bezwzględny** – różnica pomiędzy wartością zmierzoną X, a wartością prawdziwą Xp (zwaną też - rzeczywistą). Wartość błędu jest wyrażana w jednostkach wielkości mierzonej:

 $∆X=X-X\_{p}$

**Błąd względny (procentowy)** – błąd bezwzględny odniesiony do wartości prawdziwej lub wartości zmierzonej, gdy zachodzi relacja Xp ≈ X; najczęściej jest przedstawiany w procentach:

 $δX=\frac{∆X}{X\_{p}}100=\frac{X-X\_{p}}{X\_{p}}100 ≈\frac{X-X\_{p}}{X}100 [\%]$

**Pomiar metodą bezpośrednią –** pomiar wielkość przyrządem przeznaczonym do jej pomiaru; np. pomiar amperomierzem prądu elektrycznego, pomiar długości miernikiem laserowym. W realizacji metoda charakteryzuje się zwykle dużą prostotą, jak też oceną dokładności pomiaru.

1. **Błędy pomiaru wykonywanym przyrządem analogowym**

Rozpatrując najczęściej występujące błędy w pomiarach metodą bezpośrednią, na uwagę zasługują trzy rodzaje:

**1. Błędy przyrządu pomiarowego**

**2. Błąd odczytu**

**3. Błąd metody pomiaru**

**Ad. 1.** Przyrządy analogowe mają dwa rodzaje błędów. Pierwszy, to **błąd podstawowy zw. błędem granicznym, dopuszczalnym;** jego wartości zwykle wynika z klasy dokładności przyrządu. W przyrządach do pomiaru wielkości elektrycznych rozróżnia się 5 klas dokładności: 0,2; 0,5; 1; 1,5; 2,5. Wymiarem klasy dokładności jest % (w zapisie klasy znak % jest pomijany).

Błąd podstawowy określa dokładność przyrządu dla pomiaru wykonywanego w tzw. **warunkach odniesienia**, tzn. w warunkach wymienionych w normie lub instrukcji obsługi przyrządu. Typowym warunkiem odniesienia jest zakres temperatur zewnętrznych, np. (23 ± 5) oC.

Jeżeli zaś pomiar odbiega od warunków odniesienia, to w ocenie dokładności pomiaru należy uwzględnić też **błędy dodatkowe**, których sposób obliczania określa też wytwórca przyrządu, podając m.in. błąd temperaturowy, np. zależnością: δtem = 0,1 %/1oC.

 Błąd graniczny, dopuszczalny przyrządu ΔgX jest liczony z zależności:

$∆\_{g}X= \frac{kl.}{100} X\_{z}$ , w której: kl. – klasa dokładności miernika; **-** zakres pomiarowy.

 Warto tutaj zauważyć, że dla ustalonego zakresu pomiarowego bezwzględny błąd graniczny przyjmuje stałą wartość - niezależną od mierzonej wartości, czyli też od odchylenia wskazówki przyrządu.

 Natomiast względny błąd graniczny określają zależności:

 $δ\_{g}X=\frac{∆\_{g}X}{X}100\left[\%\right] lub δ\_{g}X=kl.\frac{X\_{z}}{X}100[\%]$, w których: X - wartość zmierzona.

Jak widać z powyższych zależności, błędu względny szybko rośnie w miarę zmniejszania się odchylenia wskazówki (wartości mierzonej), stąd kryterium wykonywania dokładnych pomiarów nie zaleca pomiarów przy odchyleniach wskazówki poniżej połowy zakresu podziałki (już dla α ≤ ½ αmax jest δg ≥ 2 kl.).

**Przykład 1**: Amperomierzem o zakresie Iz = 5 A i kl. 1, zmierzono prądy 0,5 A; 2,5 A; 5 A. Jakie błędy graniczne miał miernik w tych pomiarach?

 Wartość bezwzględna dopuszczalnego błędu granicznego nie zależy od wartości mierzonej:

= const.

 Wartości względnych błędów granicznych wynoszą:

 dla I = 5 A (pełny zakres pomiarowy): = kl.

 dla I = 2,5 A (połowa zakresu pomiarowego): = 2 kl.

 dla I= 0,5 A (zakresu pomiarowego): = 10 kl.

 **Ad. 2.** Pomiary przyrządami analogowymi wymagają starannych odczytów położenia wskazówki względem podziałki. Staranność ta polega na umiejętności umyślnego, proporcjonalnego podziału **działki elementarnej** skali miernika, czyli podziału odległości między jej sąsiednimi kreskami podziałki. W zależności od klasy miernika odczytów odchylenia wskazówki należy dokonać z dokładnością 0,1 lub 0,2 działki elementarnej – dla przyrządów klas laboratoryjnych (0,2 i 0,5), i 0,5 działki - dla przyrządów klas technicznych (kl.1 i gorszych). Tak wykonane odczyty pozwalają pominąć w obliczeniach dokładności **błędy odczytu**.

**Przykład 2**: Miernikiem *kl. 0,5* i *αm = 75 dz*. wykonano odczyt odchylenia wskazówki z dokładnością do 0,1 działki, uzyskując wynik: α = 50,4 dz. . Porównać błąd odczytu z błędem granicznym dopuszczalnym miernika, wyrażając go w działkach.

Jest: *Δoα = 0,1 dz* , .

Błąd odczytu jest ok. 4 razy mniejszy od błędu granicznego i może być pominięty, gdyż w rachunkach błędów istnieje reguła: błędy o 3-krotnie mniejszych wartościach od maksymalnego w istotny sposób nie wpływają na wynik.

**Przykład.3.** Z miernika jak w przykładzie 2. odchylenie wskazówki odczytano z dokładnością do 1 działki elementarnej, przedstawiając wzkazanie α=50 dz. Porównać błąd odczytu z granicznym.

Teraz jest *Δoα = 1dz , * , czyli:



 *Wniosek:* W wyniku „kiepskiego” odczytu błąd odczytu jest większy od błędu granicznego o ok. 2,5 razy, a stąd pomiar staje się mało dokładny. Taki pomiar należy uznać za nieprawidłowy, a jego wykonawcę – za ignoranta.

|  |
| --- |
| **Pamiętaj!****Odczytów z przyrządów wskazówkowych, klas 0,2 i 0,5 ,** **należy dokonywać starannie, bez błędu paralaksy,****i z dokładnością do dziesiętnej części działki elementarnej****(np. α = 63,1 dz ; 67,0 dz ; 122,7 dz).** |

**Odczytów wartości wskazań przyrządów wskazówkowych** dokonuje się na dwa sposoby: bezpośrednio w jednostkach wielkości mierzonej, lub pośrednio - przez odczyt liczby działek odchylenia wskazówki. Pierwszy sposób realizowany jest zwykle w miernikach klas technicznych i w miernikach uniwersalnych. Podziałki w nich opisane są wartościami mierzonej wielkości, dzięki temu pomiary nimi są stosunkowo szybkie.

Natomiast podziałki przyrządów laboratoryjnych zwykle opisane są w działkach, które należy następnie przeliczyć na wartość wielkości mierzonej, uwzględniając przy tym tzw. **stałą zakresową** **c** przyrządu:

$$X=c α$$

 Stała zakresowa wynika z wykorzystywanego do pomiaru zakresu (Xz), i całkowitej liczby działek podziałki (αm). I tak:

 - stała woltomierza $c\_{V}=\frac{U\_{z}}{α\_{m}} [^{V}/\_{dz}; ^{mV}/\_{dz}]$,

 - stała amperomierza $c\_{A}=\frac{I\_{z}}{α\_{m}} [^{A}/\_{dz}; ^{mA}/\_{dz}]$,

 - stała watomierza $c\_{w}=\frac{U\_{z} I\_{z}}{α\_{m}} [^{W}/\_{dz}; ^{mW}/\_{dz}]$.

**Przykład 4**: Woltomierzem o danych: kl. 0,2 , αm = 150 dz, Uz = 15 V, zmierzono napięcie uzyskując wskazanie α = 122,6 dz. Określić wartość mierzonego napięcia.



 **Ad. 3. Błąd metody** występuje wtedy, gdy zastosowana metoda pomiaru nie umożliwia zmierzenia ściśle tej wartości, która miała być zmierzona. W pomiarach napięcia i prądu wykonywanych przyrządami wskazówkowymi, źródłem błędów metody jest pobór przez mierniki mocy z obiektu pomiaru. Jeżeli pobór ten jest znaczący w stosunku do energii zawartej w obiekcie pomiaru, to wskazanie miernika będzie błędne. Przykładem niech będzie pomiar napięcia stosowanych w zegarkach bateryjek „pastylkowych” . Ich moc dyspozycyjna, rzędu kilkudziesięciu mikrowatów, nie pozwala na pomiar napięcia miernikami wskazówkowymi, które z reguły pobierają moc rzędu miliwatów. W tym wypadku pomiar spowoduje zniszczenie bateryjki! Ocena błędów metody będzie przedmiotem dalszych ćwiczeń.

# 3. Szacowanie niepewności pomiarów bezpośrednich

O końcowej niepewności każdego pomiaru decydują błędy wywołane tak przez stosowaną w układzie pomiarową aparaturę, jak też warunki zewnętrzne w jakich realizowany jest pomiar. Dążność do wykonania przyrządem jak najdokładniejszego pomiaru sprowadza się do spełnienia kilku warunków, w wyniku których zostaną rozpoznane i wyeliminowane większość możliwych źródeł błędów, a wtedy na niepewność pomiaru będzie miał wpływ jedynie błąd podstawowy przyrządu pomiarowego. Taki pomiar zaistnieje wtedy, gdy przebiegać będzie w warunkach odniesienia, przyrząd będzie wywoływał pomijalnie mały błąd metody, a pomiar, w tym odczyt wskazań, wykonany zostanie z dużą starannością.

 Każdemu zjawisku losowemu przypisuje się stosowną funkcję matematyczna zw. **funkcją gęstości rozkładu prawdopodobieństwa zdarzenia**, a która charakteryzuje zjawisko losowe pod względem prawdopodobieństwa zajścia zdarzeń losowych w nim występujących. Jej przyjęcie jest wynikiem praktycznych doświadczeń i badań zjawiska.

Zdobyta na przestrzeni mienionych lat praktyczna wiedza z pomiarów, jak też opracowania teoretyczne, uzasadniły pogląd zaliczający pomiary do zjawisk losowych, przypadkowych. Jeżeli każdy pomiar, to też pojedynczy pomiar, czyli pomiar z pojedynczym odczytem wskazań, jest też zdarzeniem losowym! Inaczej mówiąc, należy mu przypisać właściwości statystyczne, określone m.in. prawdopodobieństwem jego wystąpienia.

W pomiarach zdarzeniami losowymi są odczyty wartości mierzonych X, i zarazem ich błędy ΔX. Dla wszystkich przyrządów pomiarowych - niezależnie od rodzaju, typu, czy mierzonej wielkości - za najbardziej odpowiednią **funkcję rozkładu prawdopodobieństwa błędów** przyjęto tzw. rozkład równomierny, zwany też jednostajnym, przedstawiony na rys.1.

f(ΔX)

0)

9

9

 Z ogólnych zasad tworzenia funkcji rozkładu wynika, że dla rozkładu jednostajnego jest ona ograniczona wartościami granicznego, dopuszczalnego błędu, a jej wartość jest stała i wynosi 1/(2 ΔgX) (pole pod funkcją przyjmuje wartość jednostkową!).

1/(2ΔgX)

+ΔgX

-ΔgX

0

Rys. 1. Rozkład jednostajny

Przyjęcie dla przyrządów takiej funkcji oznacza, że w pojedynczym pomiarze przyrząd ma rzeczywisty błąd o wartości należącej do przedziału ±ΔgX, a wystąpienie każdej wartości błędu ma jednakowe prawdopodobieństwo. Odnosząc to do wartości mierzonej, uzyskuje się przedział wartości , w którym występuje wartość poprawna z prawdopodobieństwem równym pewności.

 Uwzględniając jednak losowy charakter pomiaru należy jego dokładność przedstawić parametrami statystycznymi. Takim parametrem dowolnego rozkładu prawdopodobieństwa jest **odchylenie standardowe**, które w przypadku rozkładu jednostajnego wynosi .

Dla potrzeb pomiarowych odchylenie standardowe przyjęto nazywać **niepewnością standardową** i oznaczać małą literą u(X), zaś jej wartość względną – ur(X):

$u\left(X\right)= \frac{∆\_{g}X}{\sqrt{3}}$ ; $u\_{r}\left(X\right)=\frac{u(X)}{X}100\%= \frac{∆\_{g}X}{\sqrt{3} X} 100\%$

 Niepewność standardowa rozkładu jednostajnego zawęża przedział prawdopodobnych błędów do ok. 58% wartości błędu granicznego przyrządu. W związku z tym, przyjęcie niepewności standardowej do oceny dokładności pomiaru daje zbyt małe zaufanie do wyniku pomiaru. Z tej przyczyny, w wyniku końcowym pomiaru uwzględnia się **niepewność rozszerzoną -** wynikającą z pomnożenia niepewności standardowej przez tzw. **współczynnik rozszerzenia k.** Niepewność rozszerzoną oznacza się dużą literą **U**:

U(X) = **k** u(X) ; Ur (X) = **k** ur(X)

Dla pomiarów bezpośrednich współczynnik rozszerzenia przyjmuje wartość: ,

gdzie p – jest przyjętym poziomem ufności wyniku pomiaru (zalecane wartości: **0,68; 0,95; 0,997**).

 **Przykład 5**: Woltomierzem kl.0,5 o zakresie 100 V zmierzono napięcie U = 80,2 V. Podać wynik pomiaru z uwzględnieniem niepewności pomiaru na poziomie ufności p = 0,95. Obliczenia:

**- niepewność standardowa miernika:** 

**- niepewność rozszerzona:** , gdzie k =; wtedy

 *(uproszczenie do rozdzielczości odczytu!)*

*-*  **wynik pomiaru:** ,  ; .

## 4. Program ćwiczeń

1. Zapoznać się z przyrządami znajdującymi się na stanowisku, Wykonać pomiary napięć i prądów, generowanych przez wskazane obiekty.
2. Opracować i ocenić wyniki pomiarów.

**Tabele pomiarów**

Tab.1. Pomiary napięcia stałego

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| TypKlasa dok. | Odczyty | Wynik pomiaru |
| UzV | cvV/dz | αdz | UV | U ± U(U), p = ....V | Ur(U)% |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |

Tab. 2. Pomiar prądu stałego

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| TypKlasa dok. | Odczyty | Wynik pomiaru |
| IzA | cAA/dz | αdz | IA | I ± U(I), p=......A | Ur(I)% |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |

Tab. 3. Pomiar napięcia sieci 50Hz

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| TypKlasa dok. | Odczyty | Wynik pomiaru |
| UzV | cvV/dz | αdz | UV | U ± U(U), p=....V | Ur(U)% |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |

**W sprawozdaniu należy zamieścić:**

- krótki opis wykonanych pomiarów i schematy połączeń,

- tabele pomiarów z wynikami końcowymi,

- przykładowe obliczenia (dla każdej tabeli),

-wnioski dotyczące poprawności wskazań mierników.

*Jeżeli do pomiarów zastosujemy jednocześnie dwa lub więcej przyrządów (co w praktyce rzadko zachodzi), to nie należy się spodziewać jednakowych odczytów wskazań. Występujące różnice są wynikiem rzeczywistych błędów, jakimi charakteryzują się poszczególne mierniki, a których wartości (jak wiemy), nie mogą przekraczać błędów granicznych - jeżeli one są sprawne.*

*Ocenę poprawności pomiarów dwóch mierników można wykazać na podstawie sprawdzenia nierówności porównującej różnicę ich wskazań z sumą ich niepewności pomiaru. Np. dla pomiaru napięcia,* ***gdy jest spełniona nierówność:******|U1 – U2| ≤ U(U1) + U(U2),*** *gdzie U1 ,U2 – zmierzone napięcia;U1(U1), U(U2) - ich niepewności****, to ich wskazania można uznać za poprawne.*** *W przeciwnym przypadku jeden z nich, a który – trudno powiedzieć, mierzy źle!*

 *Dla trzech mierników sprawdzenie nierówności należy wykonać parami, trzykrotnie.*