

moc bierna, prąd niesinusoidalny, kompensacja mocy biernej

Józef NOWAK*, Jerzy BAJOREK*,
Dominika GAWORSKA-KONIAREK**, Tomasz JANTA*

KOMPENSACJA UOGÓLNIONEJ MOCY BIERNEJ

Uogólniona moc bierna jest określona przez powierzchnie pętli utworzonych przez charakterystyki prądowo napięciowe obiektów. Jest wielkością addytywną, zależy tylko od parametrów reakcyjnych i jest zawsze równa zeru, jeśli energia elektryczna jest całkowicie rozpraszana w obiekcie. Uogólniona moc bierna jest także przydatna do poprawy współczynnika mocy. W artykule przedstawiono dowody, że jeśli uogólniona moc bierna zostanie skompensowana do zera, to przy niezmiennym napięciu, wartość skuteczna pobieranego przez obiekt prądu osiąga minimum, a współczynnik mocy wartość największą w danych warunkach pracy obiektu.

1. WSTĘP

Moc bierna jest jednoznacznie zdefiniowana tylko dla sinusoidalnych przebiegów napięcia i prądu. Definicja mocy biernej nie została uogólniona na dowolne przebiegi okresowe napięcia i prądu na skutek utrwalenia się w elektrotechnice błędnego przekonania, że moc bierną otrzymuje się przez obrót wektorów prądu o kąt prosty [3] oraz, że procesy energetyczne przebiegają tak, aby zachowana była moc pozorna [1]. Moc pozorna jest szczególną (największą) wartością mocy czynnej, która może wystąpić w obiekcie przy danej wartości skutecznej napięcia; nie jest więc odrębną wielkością i nie jest oczywiście wielkością addytywną. Moc pozorna nie nadaje się do opisu ogólnych właściwości energetycznych obiektów. Addytywność jest bowiem konieczną cechą wielkości energetycznych.

Definicję mocy biernej uogólnionej na dowolne przebiegi okresowe otrzymuje się nie przez obrót wektorów prądu o kąt prosty, lecz przez zastąpienie prądu, w równaniu definiującym moc czynną, przez szczególną funkcję ortogonalną – pochodną prądu

* Politechnika Wroclawska, Instytut Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych, ul. Smoluchowskiego 19, 50-372 Wrocław.

** Instytut Elektrotechniki, Oddział Technologii i Materiałoznawstwa Elektrotechnicznego we Wrocławiu, ul. M. Skłodowskiej-Curie 55/61 50-369 Wrocław.

względem czasu. Prąd w zamkniętym cyklu przemiany energetycznej musi przyjmować na początku i na końcu cyklu te same wartości (zwykle zerowe). Funkcjami ortogonalnymi do takiego prądu są nieparzyste pochodne prądu względem czasu oraz całki wielokrotne o nieparzystej wielokrotności. Pierwsza pochodna prądu względem czasu ma jednak szczególne znaczenie. Moc bierna zdefiniowana za pomocą pierwszej pochodnej prądu jest tożsamościowo równa zero, jeśli energia elektromagnetyczna jest w obiekcie całkowicie rozpraszana. Żadna inna definicja mocy biernej dla przebiegów niesinusoidalnych okresowych nie ma takiej koniecznej właściwości.

Uogólniona moc bierna jest addytywna; jej miarą jest powierzchnia pętli, jaką tworzy charakterystyka prądowo-napięciowa obiektu elektroenergetycznego. Wartość uogólnionej mocy biernej może być większa od mocy pozornej. Jeśli uogólniona moc bierna jest prawidłowo zdefiniowana, to powinna być także przydatna do poprawy współczynnika mocy. W niniejszym artykule udowodniono analitycznie i za pomocą bezpośrednich pomiarów, że jeśli uogólniona moc bierna obiektu elektroenergetycznego zostanie skompensowana do zera, to wartość skuteczna pobieranego przez ten obiekt prądu osiąga minimum.

2. MINIMUM WARTOŚCI SKUTECZNEJ PRĄDU

Każdemu przewodowi zasilającemu obiekt elektroenergetyczny można w przybliżeniu przyporządkować obwód zastępczy o uśrednionych parametrach. W ogólnym przypadku mogą być wyznaczone tylko dwa parametry obwodu zastępczego, na przykład rezystancja i indukcyjność. Uśredniona rezystancja k -tego obwodu zastępczego przyporządkowanego k -temu przewodowi zasilającemu obiekt wynika z pomiaru mocy czynnej tego obwodu i z pomiaru wartości skutecznej napięcia k -tego przewodu względem przyjętego punktu odniesienia

$$R_k = \frac{U_k^2}{P_k}. \quad (1)$$

Do wyznaczenia uśrednionej wartości indukcyjności niezbędny jest pomiar uogólnionej mocy biernej k -tego obwodu zastępczego. Uogólniona moc bierna jest proporcjonalna do powierzchni pętli jaką tworzy charakterystyka prądowo napięciowa k -tego obwodu [2]

$$Q_k = \frac{1}{2\pi} A_{i,u} = \frac{1}{2\pi} \oint u di. \quad (2)$$

Ponieważ prąd w obwodzie zastępczym (rys. 1) jest określony przez równanie

$$i_k = \frac{u_k}{R_k} + \frac{1}{L_k} \int u_k dt, \quad (3)$$

więc moc bierna obwodu jest określona wzorem

$$Q_k = \frac{1}{2\pi} \int_0^T \left(u_k \frac{di_k}{dt} \right) dt = \frac{1}{2\pi L_k} \int_0^T u_k^2 dt = \frac{T}{2\pi} \frac{U_k^2}{L_k}, \quad (4)$$

gdyż moc bierna elementu rezystancyjnego jest równa zero. Charakterystyka prądowo napięciowa elementu rezystancyjnego nie tworzy bowiem pętli.

Po dołączeniu do obwodu pojemności C_k , prąd układu będzie określony przez równanie

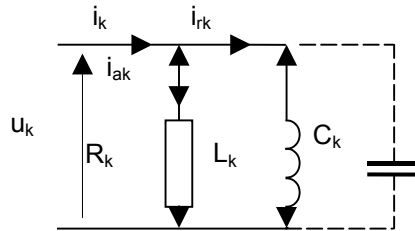
$$i_k = \frac{u_k}{R_k} + \frac{1}{L_k} \int u_k dt + C_k \frac{du_k}{dt}. \quad (5)$$

Przy niezmiennym napięciu uogólniona moc bierna obwodu zmieni się o moc bierną elementu pojemnościowego. Ponieważ przebieg napięcia powtarza się po okresie więc moc ta jest określona wzorem

$$Q_{Ck} = \frac{C_k}{2\pi} \int_0^T \left(u_k \frac{d^2 u_k}{dt^2} \right) dt = \frac{C_k}{2\pi} \left[\left(u_k \frac{du_k}{dt} \right) \Big|_0^T - \int_0^T \left(\frac{du_k}{dt} \right)^2 dt \right] = -\frac{T}{2\pi} C_k (U')^2, \quad (6)$$

w którym U' oznacza wartość skuteczną pochodnej napięcia. Moc bierna całego obwodu jest sumą

$$Q = Q_k + Q_{Ck} = \frac{T}{2\pi} \left[\frac{U_k^2}{L_k} - C_k (U')^2 \right] \quad (7)$$



Rys. 1. Obwód zastępczy przyporządkowany k -temu przewodowi zasilającemu obiekt elektroenergetyczny

Fig. 1. Equivalent circuit assigned to the k conductor supplying electrical circuit

Uogólniona moc bierna jest tożsamościowo równa zero w elemencie, którego jedynym parametrem jest rezystancja. Jeśli obwód zastępczy ma także indukcyjność, to przy okresowych przebiegach napięcia i prądu, jego uogólnioną moc bierną można zawsze skompensować do zera za pomocą pojemności wynikającej z równania (7).

Uogólniona moc bierna powinna być także przydatna dla poprawy współczynnika mocy. Jeśli tak jest rzeczywiście, to przy jej skompensowaniu do zera wartość skuteczna pobieranego przez obwód prądu powinna osiągnąć minimum.

Aby wyznaczyć wartość pojemności, przy której wartość skuteczna I_k prądu i_k osiąga ekstremum trzeba znać pochodną wartości skutecznej prądu względem pojemności C_k lub pochodną jej kwadratu względem tej pojemności

$$\frac{dI_k^2}{dC_k} = \frac{d}{dC_k} \left[\frac{1}{T} \int_0^T \left(\frac{1}{R_k} u_k + \frac{1}{L_k} \int u_k dt + C_k \frac{du_k}{dt} \right)^2 dt \right]. \quad (8)$$

Po zróżniczkowaniu otrzymuje się:

$$\frac{dI_k^2}{dC_k} = \frac{2}{TR_k} \int_0^T u_k \frac{du_k}{dt} dt + \frac{2}{TL_k} \int_0^T \left(\int u_k dt \right) \frac{du_k}{dt} dt + \frac{2}{T} C_k \int_0^T \left(\frac{du_k}{dt} \right)^2 dt. \quad (9)$$

Pierwsza całka po prawej stronie równania (9) jest równa zero, gdyż pochodna napięcia jest ortogonalna do napięcia, które na krańcach przedziału całkowania przyjmuje te same wartości. Druga całka jest proporcjonalna do kwadratu wartości skutecznej napięcia

$$\int_0^T \left(\int u_k dt \right) \frac{du_k}{dt} dt = - \int_0^T u_k^2 dt = -T U_k^2, \quad (10)$$

a trzecia całka jest proporcjonalna do kwadratu wartości skutecznej pochodnej napięcia

$$\int_0^T \left(\frac{du_k}{dt} \right)^2 dt = T (U')^2. \quad (11)$$

Uwzględniając wyniki całkowania w równaniu (9), otrzymuje się

$$\frac{dI_k^2}{dC_k} = 2 \left[- \frac{1}{L_k} U_k^2 + C_k (U'_k)^2 \right]. \quad (12)$$

Ekstremum jest wtedy, gdy pierwsza pochodna wartości skutecznej prądu lub pochodna jej kwadratu jest równa zero

$$\frac{dI_k^2}{dC_k} = 2 \left[- \frac{1}{L_k} U_k^2 + C_k (U'_k)^2 \right] = 0; \quad (13)$$

jest to minimum, gdyż druga pochodna kwadratu wartości skutecznej prądu względem pojemności C_k jest dodatnia.

Wyniki (13) i (7) dowodzą, że minimum wartości skutecznej prądu w obwodach zastępczych o uśrednionych parametrach, przyporządkowanych poszczególnym przewo-

równej liczbie zwojów uzwojenia pierwotnego i wtórnego. Warunek zachowania niezmienności napięcia zasilającego obiekt był więc spełniony w przybliżeniu.

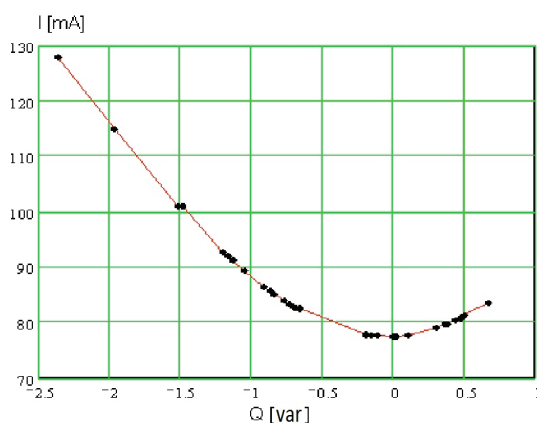
Powierzchnię pętli we współrzędnych prąd, napięcie (i , u) obliczano według estymatora

$$A_{i,u} = \sum_{n=1}^{N-1} [u_2(t_{n+1}) - u_2(t_n)] \frac{i_1(t_n) + i_1(t_{n+1})}{2} + [u_2(t_1) - u_2(t_N)] \frac{i_1(t_1) + i_1(t_N)}{2}, \quad (13)$$

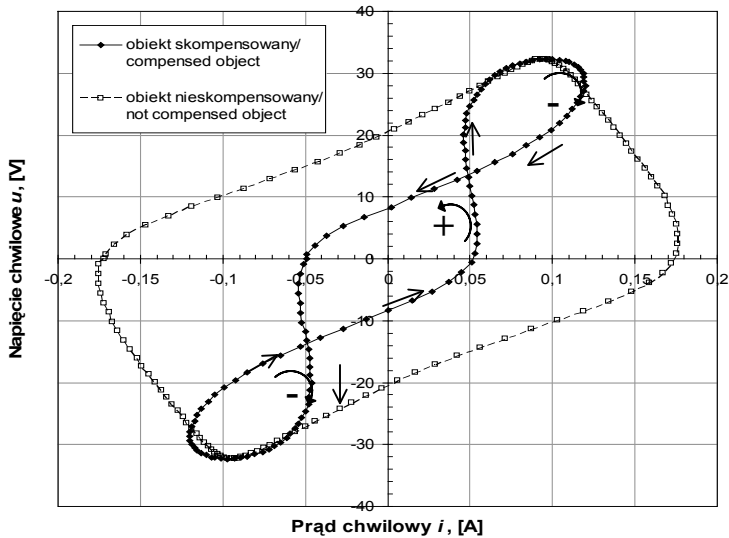
gdzie: N liczba par wartości chwilowych prądu i napięcia tworzących zamkniętą pętlę. Ostatni składnik estymatora powoduje domknięcie pętli, co ma istotne znaczenie, jeśli częstotliwość próbkowania nie jest synchronizowana z częstotliwością napięcia zasilającego badany obiekt. Wyznaczona wartość powierzchni pętli (13) pozwala wyznaczyć wartość uogólnionej mocy biernej z równania (2).

4. WYNIKI POMIARÓW

Otrzymana charakterystyka procesu kompensacji według uogólnionej mocy biernej obiektu elektromagnetycznego (rys. 2) przedstawiona jest na rysunku 3. Kompensacja była realizowana przez zmianę wartości pojemności na wyjściu uzwojenia wtórnego aparatu probierczego. Zależność uogólnionej mocy biernej od wartości pojemności kompensującej dowodzi, że również wartość skuteczna prądu pobieranego przez nieliniowy obiekt o niejednoznacznej charakterystyce prądowo napięciowej osiąga minimum, gdy uogólniona moc bierna zostanie skompensowana do zera. Jeśli wartość skuteczna prądu, przy niezmiennym napięciu, osiąga minimum, to współczynnik mocy osiąga wówczas największą wartość w danych warunkach pracy obiektu.



Rys. 3. Charakterystyka kompensacji uogólnionej mocy biernej obiektu
Fig. 3. Characteristic of compensation of generalized reactive power of object



Rys. 4. Pętla we współrzędnych i, u obiektu nie skompensowanego i skompensowanego
 Fig. 4. Loop in the i, u coordinates for the not compensated object and compensated object

Zerowa wartość mocy biernej nie oznacza, że między obiektem skompensowanym i resztą systemu elektroenergetycznego nie występuje wymiana energii pola elektrycznego i magnetycznego. Na rysunku 4 przedstawione są pętle we współrzędnych i, u obiektu nie skompensowanego i skompensowanego. Pętla obiektu skompensowanego nie redukuje się do linii; jest wielospójna. Powierzchnia całej pętli jest równa zero. Występują jednak pętle częściowe, których powierzchnie mają różne znaki. W stanie kompensacji energia pola elektrycznego i magnetycznego jest także wymieniana za pomocą prądu, ale średnio w okresie wymieniana energia pola elektrycznego jest równa wymienianej energii pola magnetycznego.

5. WNIOSKI

Wartość skuteczna prądu w przewodzie zasilającym każdy obiekt elektroenergetyczny osiąga minimum wtedy, gdy przy niezmiennym napięciu uogólniona moc bierna obiektu zostanie skompensowana do zera.

Uogólnioną moc bierną każdego przewodu zasilającego obiekt można wyznaczyć na podstawie zmierzonego ciągu par wartości chwilowych (próbek) napięcia i sygnału wyjściowego indukcyjnego przetwornika prądu. Aby wykrywać stan kompensacji wystarczy kontrolować znak uogólnionej mocy biernej. Przy przejściu przez wartość zerową znak mocy biernej zmienia się.

LITERATURA

- [1] CZARNECKI L.S., *Moce w obwodach elektrycznych z niesinusoidalnymi przebiegami prądów i napięć*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2005.
- [2] NOWAK J., KOSOBUDZKI G., *Moc obiektów elektroenergetycznych*, Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2010, 479–492.
- [3] SKOPEC A., STEC C., *Możliwość przedstawienia jednolitej nowej koncepcji mocy biernej prądu niesinusoidalnego w dziedzinie czasu*, Przegląd Elektrotechniczny, 2008, nr 6, 69–74.

COMPENSATION OF GENERALIZED REACTIVE POWER

Generalized reactive power is determined by the surface of the loop formed by the current-voltage characteristics of object. It is an additive quantity and depends only on the reactance parameters and is always equal to zero if the electricity is completely dissipated in the object. Its value is the basis for determining the parameters of the system to allow the desired improvement in power coefficient. The paper presents evidence that, if generalized reactive power is compensated to zero, then at a constant voltage, rms current drawn by the object reaches minimum, and power factor – the greatest value in working conditions of the object.