

*krzywa magnesowania, histereza magnetyczna,
modelowanie histerezy, skalarny model Preisacha,
sprzężenie zwrotne, funkcja dystrybucji Preisacha.*

Andrzej WILK*

IMPLEMENTACJA MODELU HISTEREZY PREISACHA ZE SPRĘŻENIEM ZWROTNYM DO MODELOWANIA HISTEREZY MAGNETYCZNEJ RDZENIA TRANSFORMATORA ZWIJANEGO Z BLACHY

Klasyczny model histerezy Preisacha (MHP) posiada właściwość „zacierania” zapamiętanych stanów rewersyjnych (ang. *wiping-out property*) oraz właściwość kongruencji małych pętli histerezy (ang. *congruency property*). Badania eksperymentalne histerezy ferromagnetyków wykazały, że właściwość kongruencji nie jest spełniona. W celu zwiększenia dokładności MHP histerezy proponuje się szereg jego uogólnień poprzez wyeliminowanie właściwości kongruencji. Rozwiązaniem tego problemu może być zastosowanie w MHP pętli sprzężenia zwrotnego. W referacie przedstawiono skalarny MHP z nieliniowym sprzężeniem zwrotnym o charakterystyce jednoznacznej. W tej pracy zaproponowano funkcję dystrybucji Preisacha (FDP) aproksymowaną za pomocą skończonego szeregu dwuwymiarowych funkcji Gaussa. Do wyznaczenia współczynników tego szeregu zastosowano procedurę optymalizacji Levenberga–Marquardta. Do celów identyfikacji parametrów modelu histerezy oraz jego eksperymentalnej weryfikacji wykonano stanowisko pomiarowe z toroidalnym rdzeniem zwijanym z blachy transformatorowej ET114-27. Weryfikacja potwierdziła dobrą zgodność wyników symulacji z wynikami pomiarów. Opracowany model może być użyteczny do symulacji obwodowej transformatorów o rdzeniach z blachy ET114-27 z uwzględnieniem histerezy magnetycznej.

1. WPROWADZENIE

Model histerezy Preisacha (MHP) został po raz pierwszy opublikowany w pracy [11]. Jest on zaliczany do tak zwanej grupy modeli makroskopowych [7] charakteryzujących się opisem zjawiska histerezy zachodzącego w skali makro, przy zastosowaniu podejścia makroskopowego. Istota modelu Preisacha oparta jest na podwójnym całkowaniu odpowiedniej funkcji dwóch zmiennych $\mu(\alpha, \beta)$ określonej najczęściej mianem

* Politechnika Gdańska, Wydział Elektrotechniki i Automatyki, ul. Narutowicza 11/12, 80-233 Gdańsk, Polska, e-mail: awilk@ely.pg.gda.pl

funkcji dystrybucji Preisacha (FDP). Wynik tego całkowania reprezentuje zazwyczaj zmiany indukcji magnetycznej B w funkcji natężenia pola H . Rozwój prac nad teorią Preisacha ukierunkowany był początkowo na rozwiązanie zagadnień całkowania FDP z uwzględnieniem tzw. płaszczyzny Preisacha a wyniki badań oraz dyskusja tego problemu były zapoczątkowane między innymi w pracach [4,1].

Model histerezy Preisacha był początkowo dedykowany jedynie do opisu histerezy magnetycznej, ale jego matematyczna formuła wskazywała na możliwość implementacji do opisu zjawisk histerezy w innych dziedzinach nauki. Matematyczne rozwinięcie teorii Preisacha oddzielone od konkretnych zjawisk fizycznych zostało podane przez Krasnosielskiego [6]. Powstał w ten sposób formalizm, który może być zastosowany do opisu różnych zjawisk fizycznych o znamionach histerezy. Formalizm ten pozwala na analizę systemów histerezowych, przy zastosowaniu tak zwanych operatorów histerezowych. To podejście było następnie rozwijane przez wielu badaczy, w tym również przez Mayergoyza [9, 10] w kierunku zdefiniowania warunków spełnianych przez nieliniowy magnetyczny przetwornik histerezowy.

Klasyczny MHP ma dwie charakterystyczne właściwości. Pierwsza dotyczy „zacierania” zapamiętanych wcześniej przez przetwornik stanów rewersyjnych, natomiast druga dotyczy kongruencji małych pętli histerezy [9]. Właściwość zacierania (ang. *wiping-out property*) odnosi się do faktu zapamiętywania przez przetwornik histerezowy stanów rewersyjnych (lokalne maksima i minima), które zaistniały w przeszłości. Druga właściwość modelu klasycznego, to przystawanie (kongruencja) małych pętli histerezy (ang. *congruency property*) dla takich samych wartości rewersyjnych pola H .

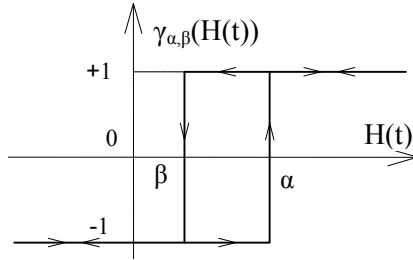
Badania eksperymentalne materiałów ferromagnetycznych wykazały, że zjawisko kongruencji nie jest zachowane. To sprawiło, że zaproponowano szereg różnych uogólnień MHP w celu polepszenia jego dokładności i usunięcia przy tym właściwości kongruencji. Jednym z takich uogólnień jest MHP ze sprzężeniem zwrotnym (ang. *Moving Preisach Model*) [2, 5].

W rozdziale 2 referatu przytoczono model histerezy Preisacha ze sprzężeniem zwrotnym (MHPSZ) oraz zaproponowano FDP dla badanego rdzenia. W rozdziale 3 dokonano identyfikacji parametrów MHPSZ odniesionych do materiału ET114-27. Pokazano wyniki weryfikacji eksperymentalnej MHPSZ oraz przeprowadzono ich dyskusję.

2. MODEL HISTEREZY PREISACHA ZE SPRĘŻENIEM ZWROTNYM

Podstawowym założeniem w modelu Preisacha jest to, iż każdy przetwornik histerezowy zbudowany jest z nieskończonej liczby elementarnych operatorów histerezowych (rys. 1). Stan operatora histerezowego określa funkcja $\gamma_{\alpha,\beta}(H(t))$, która może przyjmować w klasycznym modelu Preisacha dyskretne wartości ze zbioru $\{-1, +1\}$. Każdy operator charakteryzowany jest dwoma niezależnymi od siebie parametrami

(współrzędnymi) α , β , których miano jest takie samo jak natężenia H . Operator może mieć dowolną szerokość, ale musi być przy tym spełniony warunek $\alpha \geq \beta$.



Rys. 1. Elementarny operator histerezy
Fig. 1. An elementary hysteresis operator

Parametry α , β przyjmują wartości z pewnego skończonego zbioru $\langle -H_s, H_s \rangle$, gdzie H_s jest wartością tzw. natężenia nasycenia. Za teoretyczny stan nasycenia przyjmuje się taką wartość H_s , przy której wszystkie operatory przyjęły stan +1 lub -1, czyli przetwornik histerezy został nasycony i dalszy wzrost natężenia pola $H(t)$ nie spowoduje zmiany stanu operatorów oraz wartości $B(t)$.

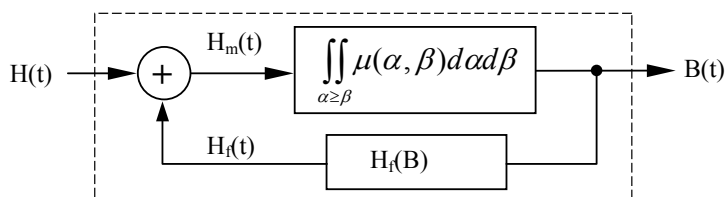
Jeśli natężenie $H(t) > \alpha$, to operator przyjmuje stan $\gamma_{\alpha, \beta}(t) = +1$, jeśli $H(t) < \beta$, to stan operatora jest równy $\gamma_{\alpha, \beta}(t) = -1$. Wspólnym parametrem dla H i $\gamma_{\alpha, \beta}$ jest czas t . Zależność pomiędzy indukcją $B(t)$ i natężeniem pola $H(t)$ jest dla klasycznego MHP zdefiniowana wzorem.

$$B(t) = \iint_{\alpha \geq \beta} \mu(\alpha, \beta) \gamma_{\alpha\beta}(H(t)) d\alpha d\beta, \quad (1)$$

gdzie: $\mu(\alpha, \beta)$ jest tzw. funkcją dystrybucji Preisacha (FDP). Jest to funkcja skalarna dwóch zmiennych, która wyraża gęstość prawdopodobieństwa istnienia operatorów histerezy o parametrach α , β . FDP może być interpretowana, jako funkcja wagowa, określająca stopień wpływu operatorów o danych parametrach α , β na wartość funkcji podcałkowej w (1). FDP może być traktowana, jako funkcja charakterystyczna układu histerezy. Jest oczywiste, że ze względu na efekt nasycenia, FDP zanika do wartości równej zero dla wartości $\alpha > H_s$ lub $\beta < -H_s$.

Każdy magnetyczny układ histerezy może być analizowany w najprostszym stopniu jako przetwornik histerezy (PH), na którego wejście podawane jest natężenie pola H a na wyjściu otrzymuje się indukcję B . Struktura przetwornika histerezy ze sprzężeniem zwrotnym (ang. *Moving Preisach Model*) przedstawiona jest na rys. 2.

Blok górny realizuje histerezę $B(H_m)$ według klasycznego MHP, ale na pewnej wewnętrznej wartości natężenia H_m . Blok dolny zawiera jednoznacznie funkcję sprzężenia zwrotnego $H_f(B)$, która ujmuje wpływ wyjścia na mechanizm histerezy. Relacja $B(H)$ generuje pętle histerezy, ale są one pozbawione właściwości kongruencji.



Rys. 2. Schemat blokowy przetwornika histerezy z sprzężeniem zwrotnym
Fig. 2. Block diagram of the feedback Preisach model (moving Preisach model)

Formuła matematyczna modelu Preisacha ze sprzężeniem zwrotnym ma postać:

$$B(t) = \iint_{\alpha \geq \beta} \mu[\alpha + H_f(B), \beta + H_f(B)] \gamma_{\alpha, \beta} [H_m(t)] d\alpha d\beta, \quad (2)$$

$$H_m(t) = H(t) + H_f(B(t)),$$

gdzie: funkcja dystrybucji Preisacha $\mu(\alpha, \beta, H_f(B))$ uzależniona jest od B .

Identyfikacja parametrów MHPSZ jest znacznie trudniejszym zagadnieniem niż w przypadku modelu klasycznego. Podejście analityczne, które nie wymaga metod iteracyjnych w celu rozwiązania (2) podano w [8], ale dla liniowej zależności $H_f(B)$ ze stosunkowo małym współczynnikiem sprzężenia zwrotnego. Podejście zaproponowane w [3] zakłada liniową funkcję $H_f(B)$, co sprawia, że dla niektórych ferromagnetyków odwzorowanie histerezy nie jest dokładne. Podejście zastosowane w [12] zakłada nieliniową zależność $H_f(B)$ w postaci wielomianu 3. stopnia, ale zastosowano przy tym uproszczenie polegające na rozdzieleniu zmiennych w FDP według relacji $\mu(\alpha, \beta) = \varphi(\alpha)\varphi(\beta)$, co jest stosowne tylko do niektórych klas ferromagnetyków.

Zaproponowana przez autora FDP jest skończonym szeregiem funkcyjnym według

$$\mu(\alpha, \beta) = \sum_{n=1}^N A_n \frac{1}{\sqrt{2\pi} S_{x,n}} \exp\left(\frac{-(\alpha + \beta)^2}{2S_{x,n}}\right) \frac{1}{\sqrt{2\pi} S_{y,n}} \exp\left(\frac{-(\alpha - \beta)^2}{2S_{y,n}}\right), \quad (3)$$

gdzie: $A_n, S_{x,n}, S_{y,n}$ są stałymi parametrami odniesionymi do danego materiału.

Funkcja sprzężenia zwrotnego przyjęta w tej pracy ma postać:

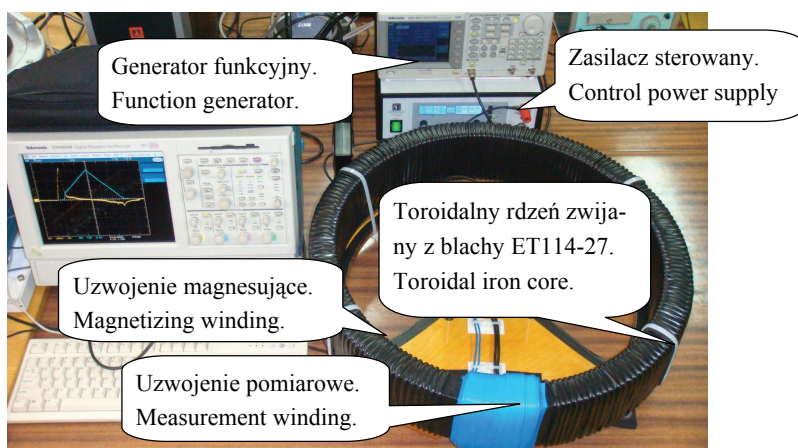
$$H_f(B) = K_1 B + K_3 B^3, \quad (4)$$

gdzie: K_1 i K_3 są stałymi współczynnikami odniesionymi do badanego materiału.

3. IDENTYFIKACJA PARAMETRÓW MHPSZ

Identyfikacja parametrów MHPSZ polega na wyznaczeniu wartości współczynników: $A_n, S_{x,n}, S_{y,n}, K_1$ i K_3 . Do realizacji tego celu wykorzystano dane tylko początkowej

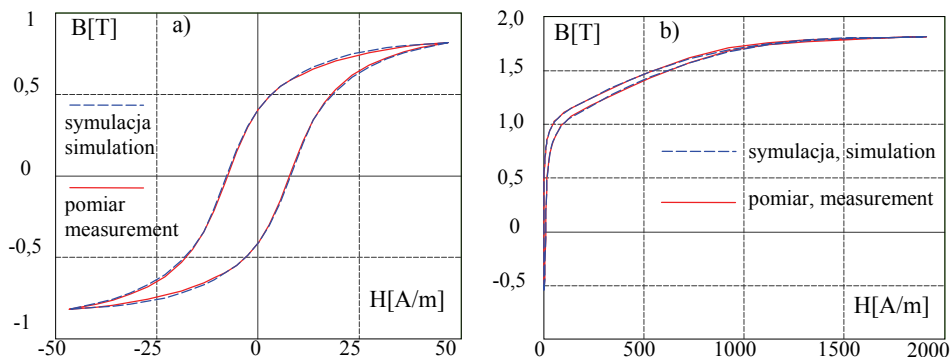
i głównej pętli histerezy pomierzone w rdzeniu o układzie toroidalnym (rys. 3), który wykonano z blachy ET114-27 (Slalprodukt S.A.). Szczegółowe omówienie tego stanowiska oraz wyniki pomiarów histerezy krzywej $B(H)$ przedstawiono w [13]. Parametry MHPSZ wyznaczone przy zastosowaniu procedury Levenberga–Marquardta. Wartości współczynników, przy $N = 3$ podano w tab. 1. Wyniki porównawcze dla małej i głównej pętli histerezy pomiędzy symulacją i pomiarem pokazano na rys. 4.



Rys. 3. Stanowisko badawcze z rdzeniem toroidalnym do pomiaru pętli histerezy magnetycznej
Fig. 3. Experimental setup with toroidal iron core for hysteresis loop measurements

Tabela 1. Wartości parametrów modelu Preisacha ze sprzężeniem zwrotnym dla ET114-27
Table 1. Values of feedback Preisach model parameters of ET114-27 material

A_1	A_2	A_3	S_{x1}	S_{x2}	S_{x3}	S_{y1}	S_{y2}	S_{y3}	K_1	K_3
3,09	0,82	3,2	37,16	136,9	1259	17,7	87,6	9,25	19,45	-14,43



Rys. 4. Obliczone oraz zmierzone pętle histerezy: a) mała, b) główna ($H > 0$)
Fig. 4. Calculated and measured hysteresis loops: a) minor, b) major ($H > 0$)

4. WNIOSKI

Do aproksymacji FDP zaproponowano szereg funkcyjny złożony ze składników zawierających dwuwymiarowe funkcje Gaussa. Wykazano na podstawie weryfikacji eksperymentalnej, że suma trzech składników tego szeregu jest wystarczająca do symulacji histerezy materiału ET114-27 we wszystkich stanach namagnesowania. W funkcji sprzężenia zwrotnego zastosowano wielomian trzeciego stopnia. Uzyskano dobrą zgodność pętli histerezy pomiędzy wynikami pomiaru i symulacji.

LITERATURA

- [1] BIORCI G., PESCETTI D., *Some remarks on hysteresis*, Journal of Applied Physics, Vol. 37, No. 1, 1966, 425–427.
- [2] BROKATE M., DELLA TORRE E., *The wiping-out property of the moving model*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 27, No. 5, September 1991, 3811–3814.
- [3] DELLA TORRE E., VAJDA F., *Parameter identification of the complete-moving-hysteresis model using major loop data*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 30, No. 6, Nov. 1994, 3811–3814.
- [4] EVERETT D., *A general approach to hysteresis – Part 4., An alternative formulations of the domain model*, Trans. Faraday Society, Vol. 51, 1955, 1551–1557.
- [5] KADAR G., DELLA TORRE E., *Hysteresis modeling I: Noncongruency*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 23, No. 5, September 1987, 2820–2822.
- [6] KRASNOSEL'SKII M.A., POKROVSKII A.V., *Sistemy s gisterizisom (Systems with hysteresis)*, Moscow, Nauka, 1983.
- [7] LIORZU F., PHELPS B., ATHERTON D.L., *Macroscopic models of magnetization*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 36, No. 2, March 2000, 418–428.
- [8] MAYERGOYZ I.D., ADLY A.A., *Numerical implementation of the feedback Preisach model*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 28, No. 5, Sept. 1992, 2605–2607.
- [9] MAYERGOYZ I.D., *Mathematical models of hysteresis*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. MAG-22, No. 5, Sept. 1986, 603–608.
- [10] MAYERGOYZ I.D., *Generalized Preisach model of hysteresis*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 24, No. 1, January 1988, 212–217.
- [11] PREISACH F., *Über die magnetische Nachwirkung*, Zeitschrift für Physik, Bd. 94, 1935, 274–302.
- [12] RAGUSA C., *An analytical method for the identification of the Preisach distribution function*, Journal of Magnetism and Magnetic materials, 254-255, 2003, 259–261.
- [13] WILK A., *Representation of magnetic hysteresis in tape wound core using Preisach's theory*, Zesz. Nauk. Wydziału Elektrotechniki i Automatyki Politechniki Gdańskiej, Nr 30, Gdańsk 2011, 133–138.

IMPLEMENTATION OF THE FEEDBACK PREISACH MODEL
FOR HYSTERESIS SIMULATION OF TAPE WOUND CORE

The paper presents the feedback scalar Preisach model. Preisach distribution function is approximated by series including two-dimensional Gauss expressions. Feedback function is represented by third order polynomial. For parameter identification the Levenberg–Marquardt algorithm is used. The comparison between simulation and the experimental results are in good agreement.