

*układy napędowe, modele matematyczne układów napędowych,  
modele symulacyjno-komputerowe, analiza obliczeniowa,*

Andrzej RUSEK\*

## **ZASTOSOWANIE CHARAKTERYSTYK RZECZYWISTEGO OBCIĄŻENIA REAKTORA POLIMERYZACJI DO STANÓW DYNAMICZNYCH UKŁADU NAPĘDOWEGO Z SILNIKIEM INDUKCYJNYM SPECJALNEGO WYKONANIA**

W referacie przedstawiono układ napędowy reaktora polimeryzacji z silnikiem indukcyjnym specjalnego wykonania w wersji rurowej typ SAR-55/1500/09 wykonanego w ramach projektu celowego. Przedstawiono opis zjawisk powodujących występowanie dodatkowych momentów obciążenia. Przedstawiono zależności analityczne określające dodatkowe momenty wewnętrzne silnika pochodzące od tarcia ślizgowego w wielkogabarytowym łożysku ślizgowym oraz od zlepiania się wirnika z stojanem oraz zależności analityczne określające momenty zewnętrzne układu napędowego pochodzące od obciążenia mieszađła strugą etylenu oraz zasypu mieszađła układu w komorze dolnej reaktora polimeryzacji. Dla analizowanego układu przedstawiono model matematyczny w zakresie równowagi dynamicznej części mechanicznej. Przykładową analizę obliczeniową przeprowadzono dla pracy nawrotnej układu przy pełnym obciążeniu momentem wentylacyjnym oraz dla pełnego zasypu mieszađła i częściowego sklejanja się wirnika z stojanem silnika.

### 1. WSTĘP

Układ napędowy reaktora polimeryzacji z silnikiem indukcyjnym w wykonaniu rurowym jest układem kinematycznym wielomasowym, jednodrożnym. Zjawiska, które występują podczas pracy tego układu, nie występują w standardowych układach napędowych [1, 4, 5]. Do tych nietypowych zjawisk powodujących momenty oporowe można zaliczyć:

- moment obciążenia związany ze zlepianiem się wirnika i stojana silnika zmienny w czasie w zakresie powierzchni zlepiania oraz w zakresie występowania poszczególnych faz polimeryzacji, określonych stanem pracy reaktora,
- moment tarcia ślizgowego w wielkogabarytowym łożysku ślizgowym z węgli-

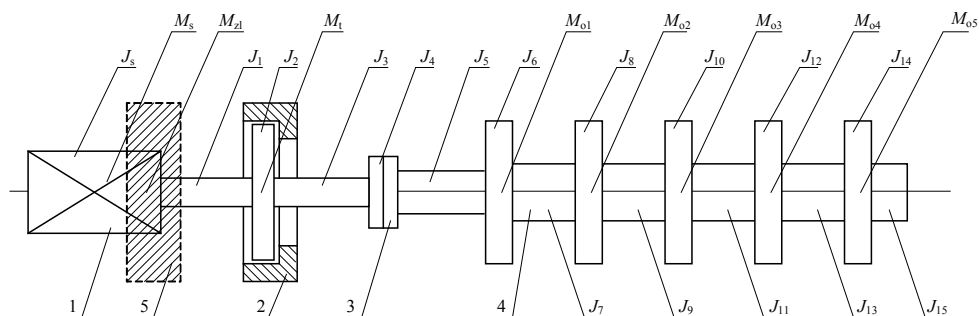
---

\* Politechnika Częstochowska, Wydział Elektryczny, Instytut Elektrotechniki Przemysłowej, al. Armii Krajowej 17, 42-200 Częstochowa, rusek@el.pcz.czest.pl

ków spiekanych, zmienny w czasie pracy z uwagi na zmianę ciężaru mieszadła, wynikającą z wypełniania mieszadła polietylenem w zależności od warunków przebiegu procesu polimeryzacji i od faz polimeryzacji,

- zmieniający się moment bezwładności mieszadła, a wraz z nim ciężar mieszadła, wynikający z wypełniania konstrukcji mieszadła polietylenem, zmienny w czasie i uzależniony od występowania poziomu zasypu mieszadła polietylenem w dolnej komorze reaktora,
- moment tarcia ślizgowego mieszadła (wypełnionego polietylenem) o polietylen znajdujący się w obszarze zasypu polietylenem dolnej komory reaktora, zmienny w czasie i zależny od zmian poziomu zasypu,
- moment mieszadła zmienny parabolicznie w funkcji prędkości kątowej (moment o charakterystyce wentylatorowej) jak również zmienny w czasie, związany z pracą mieszania etylenu i zależny od długości niezasypanej polietylenem części mieszadła w dolnej komorze reaktora polimeryzacji.

Układ napędowy reaktora polimeryzacji z silnikiem indukcyjnym w wykonaniu rurowym [3, 6] można przedstawić w formie uproszczonej oznaczając momenty bezwładności poszczególnych elementów oraz występujące momenty obciążenia (rys. 1).



Rys. 1. Uproszczony schemat kinematyczny układu napędowego, gdzie: 1 – silnik, 2 – zespół wielkogabarytowego łożyska ślizgowego, 3 – sprzęgło mieszadła, 4 – mieszadło, 5 – obszar występowania momentu zlepiania wirnika z stojanem silnika

Fig. 1. The simplified kinematic structure of the drive system, where: 1 is motor, 2 is large-size slide bearing set, 3 is clutch of the mixer, 4 is mixer, 5 is area of occurrence of the agglutination torque between motor rotor and its stator

## 2. ANALIZA OBLICZENIOWA

W zależności od kształtu linii styku powierzchni ślizgowych momenty oporowe wielkogabarytowego łożyska ślizgowego w oparciu o [2] określają zależności (1).

$$\begin{aligned}
M_{t,pl} &= \frac{\mu_s r_s p'_k(\omega_{rm}) P}{3(D+d)} (D^2 + Dd + d^2), & M_{t,s} &= \frac{\mu_s r_s p'_k(\omega_{rm}) P}{3 \cos \alpha} \left[ \frac{D^2 + Dd + d^2}{D+d} \right] \\
M_{t,k} &= \frac{\mu_s r_s p'_k(\omega_{rm}) d_k^3 P}{2(D^2 - d^2)} \left[ \alpha_2 - \alpha_1 - \frac{1}{2} (\sin 2\alpha_2 - \sin 2\alpha_1) \right] \\
M_{t,t} &= \frac{\mu_s r_s p'_k(\omega_{rm}) d_t P}{(D^2 - d^2)} \left[ \alpha_2 \left( d^2 + \frac{1}{2} d_t^2 \right) - 2d d_t (\cos \alpha_2 - 1) - \frac{1}{4} d_t^2 \sin 2\alpha_2 \right] \\
M_{t,p} &= \frac{\mu_s r_s p'_k(\omega_{rm}) l^3 P}{8(D^2 - d^2)} \left[ \begin{aligned} &\text{tg}^4 \frac{\alpha_2}{4} - \text{tg}^{-4} \frac{\alpha_2}{4} - \text{tg}^4 \frac{\alpha_1}{4} + \text{tg}^{-4} \frac{\alpha_1}{4} - \\ &- 8 \left( \ln \left| \text{tg} \frac{\alpha_2}{4} \right| - \ln \left| \text{tg} \frac{\alpha_1}{4} \right| \right) \end{aligned} \right] \\
M_{t,pz} &= \frac{\mu_s r_s p'_k(\omega_{rm}) l P}{8(D^2 - d^2)} \left\{ l^2 \left[ -\text{tg}^4 \frac{\alpha_1}{4} + \text{tg}^{-4} \frac{\alpha_1}{4} + 8 \ln \left| \text{tg} \frac{\alpha_1}{4} \right| \right] - \right. \\
&\quad \left. - \frac{64}{3} d l \left( 1 - \sin^{-3} \frac{\alpha_1}{2} \right) + 2d^2 \left[ -\text{tg}^2 \frac{\alpha_1}{4} + \text{tg}^{-2} \frac{\alpha_1}{4} - 4 \ln \left| \text{tg} \frac{\alpha_1}{4} \right| \right] \right\} \quad (1)
\end{aligned}$$

gdzie:  $M_{t,pl}$ ,  $M_{t,s}$ ,  $M_{t,k}$ ,  $M_{t,t}$ ,  $M_{t,p}$ ,  $M_{t,pz}$  – moment oporowy odpowiednio łożyska płaskiego, stożkowego, kulowego, torusowego, parabolicznego i parabolicznego przesuniętego,  $\mu_s$  – współczynnik tarcia ślizgowego,  $P$  – łączna siła nacisku pionowego,  $p'_k(\omega_{rm})$  – współczynnik korekcyjny,  $r_s$ ,  $D$ ,  $d$ ,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $d_t$ ,  $d_k$ ,  $l$  – wymiary.

Momenty oporowe pochodzące od sklejania się wirnika ze stojanem i od oporów wentylacyjnych działania strugi na mieszadło przedstawiają zależności (2).

$$\begin{aligned}
M'_{wm}(v) &= \alpha M_c \left( 1 - \frac{l'}{l_m} \right) \left[ \left( \frac{v}{d_m} \right)^2 \left( \frac{p_b}{f} \right)^2 \frac{1-\alpha}{\pi^2 \alpha} + 1 \right] \\
F_{zl} &= F_{ip} \pi r_p (b_s) l_w, & M_{zlw} &= F_{ip} \frac{\pi}{2} d_w r_p (b_s) l_w, \quad (2)
\end{aligned}$$

gdzie:  $M'_{wm}(v)$  – moment o charakterystyce wentylatorowej,  $M_{zlw}$  – moment zlepienia się wirnika,  $l'$  – wysokość zasypu mieszadła,  $l_m$ ,  $d_m$  – wymiary mieszadła,  $F_{ip}$  – jednostkowa siła zlepienia,  $r_p(b_s)$  – fazowy współczynnik zlepienia,  $v$  – prędkość liniowa powierzchni mieszadła,  $M_c$  – moment stały,  $\alpha$  – współczynnik konstrukcyjny,  $l_w$ ,  $d_w$  – wymiary wirnika,  $f$  – częstotliwość.

Układ równań różniczkowych opisujących równowagę dynamiczną części mechanicznej układu napędowego w oparciu o [2] przedstawiają zależności (3).

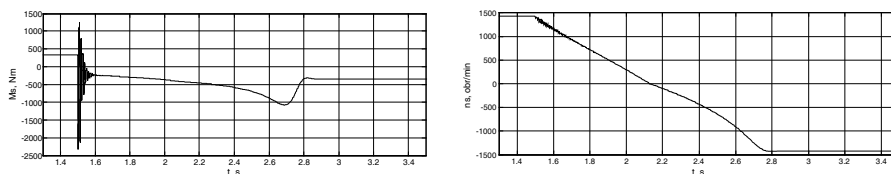
$$\begin{aligned}
 J_1^* \ddot{\varphi}'_1 + b_1(\dot{\varphi}'_1 - \dot{\varphi}'_2) + c_1(\varphi'_1 - \varphi'_2) &= M_s \\
 J_2^* \ddot{\varphi}'_2 - b_1(\dot{\varphi}'_1 - \dot{\varphi}'_2) + b_2(\dot{\varphi}'_2 - \dot{\varphi}'_3) - c_1(\varphi'_1 - \varphi'_2) + c_2(\varphi'_2 - \varphi'_3) &= -M_{zlw} \\
 J_3^* \ddot{\varphi}'_3 - b_2(\dot{\varphi}'_2 - \dot{\varphi}'_3) + b_3(\dot{\varphi}'_3 - \dot{\varphi}'_4) - c_2(\varphi'_2 - \varphi'_3) + c_3(\varphi'_3 - \varphi'_4) &= -M_{tw} \\
 J_4^* \ddot{\varphi}'_4 - b_3(\dot{\varphi}'_3 - \dot{\varphi}'_4) + b_4(\dot{\varphi}'_4 - \dot{\varphi}'_5) - c_3(\varphi'_3 - \varphi'_4) + c_4(\varphi'_4 - \varphi'_5) &= 0 \\
 J_5^* \ddot{\varphi}'_5 - b_4(\dot{\varphi}'_4 - \dot{\varphi}'_5) + b_5(\dot{\varphi}'_5 - \dot{\varphi}'_6) - c_4(\varphi'_4 - \varphi'_5) + c_5(\varphi'_5 - \varphi'_6) &= -M_{o1} \\
 J_6^* \ddot{\varphi}'_6 - b_5(\dot{\varphi}'_5 - \dot{\varphi}'_6) + b_6(\dot{\varphi}'_6 - \dot{\varphi}'_7) - c_5(\varphi'_5 - \varphi'_6) + c_6(\varphi'_6 - \varphi'_7) &= -M_{o2} \\
 J_7^* \ddot{\varphi}'_7 - b_6(\dot{\varphi}'_6 - \dot{\varphi}'_7) + b_7(\dot{\varphi}'_7 - \dot{\varphi}'_8) - c_6(\varphi'_6 - \varphi'_7) + c_7(\varphi'_7 - \varphi'_8) &= -M_{o3} \\
 J_8^* \ddot{\varphi}'_8 - b_7(\dot{\varphi}'_7 - \dot{\varphi}'_8) + b_8(\dot{\varphi}'_8 - \dot{\varphi}'_9) - c_7(\varphi'_7 - \varphi'_8) + c_8(\varphi'_8 - \varphi'_9) &= -M_{o4} \\
 J_9^* \ddot{\varphi}'_9 - b_8(\dot{\varphi}'_8 - \dot{\varphi}'_9) - c_8(\varphi'_8 - \varphi'_9) &= -M_{o5}
 \end{aligned} \tag{3}$$

gdzie:  $J_1^* \div J_9^*$  – zastępcze momenty bezwładności,  $\varphi'_1 \div \varphi'_9$  – kąty obrotu,  $b_1 \div b_8$  – współczynniki tłumienia,  $c_1 \div c_8$  – współczynniki sprężystości,  $M_{o1} \div M_{o4}$  – momenty dla elementów dyskretnego podziału mieszadła.

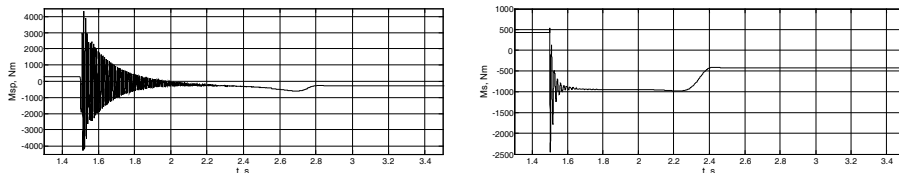
Do analizy obliczeniowej przyjęto następujące założenia:

- silnik układu napędowego SAR-55/1500/09 [1],
- układ napędowy zawieszony jednopunktowo na łożysku ślizgowym,
- współczynnik tarcia ślizgowego bez uwzględnienia prędkości liniowej,
- materiał wielkogabarytowego łożyska ślizgowego GT-30P-5/6/11/25 [1],
- model matematyczny silnika indukcyjnego z uwzględnieniem zjawiska wypiekania prądu w prętach wirnika,
- zasilanie silnika bezpośrednio z sieci  $3 \times 400$  VAC, 50 Hz.

Przykładowe przebiegi obliczeniowe przedstawiono na rys. 2, 3, 4.

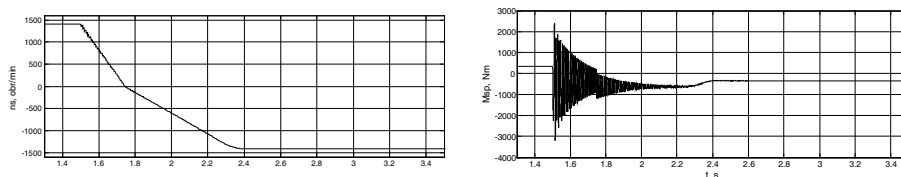


Rys. 2. Przebiegi czasowe momentu elektromagnetycznego i prędkości obrotowej silnika dla pracy nawrotnej przy obciążeniu pełnym momentem o charakterystyce wentylatorowej  
 Fig. 2. The electromagnetic torque of the motor versus time and the rotational speed of the motor versus time during reversing the motor at the full load caused by the fan-dependent torque



Rys. 3. Przebieg momentu sprężystego na wale mieszadła dla obciążenia jak z rys. 2 oraz przebieg momentu dla pracy nawrotnej z zasypem mieszadła i częściowym sklejeniem wirnika

Fig. 3. The elastic moment on the mixer shaft versus time for the load given in Fig. 2 and the torque versus time for reversing the motor considering a charge of the mixer and partial agglutination of the rotor



Rys. 4. Przebiegi prędkości obrotowej silnika i momentu sprężystego wału mieszadła dla pracy nawrotnej i pełnego zasypu mieszadła z częściowym sklejeniem się wirnika

Fig. 4. The rotational speed of the motor versus time and the elastic moment on the mixer shaft versus time for reversing the motor considering the full charge of the mixer and partial agglutination of the rotor

Przedstawione wyniki obliczeniowe uwzględniają podane na wstępie artykułu momenty oporowe niewystępujące w standardowych układach napędowych i nieuwzględniane w analizie obliczeniowej stanów dynamicznych, w której przyjmowane są wskaźnikowe wielkości momentów obciążenia.

## 5. PODSUMOWANIE

W referacie przedstawiono analityczny sposób określania dodatkowych momentów oporowych w układzie napędowym reaktora polimeryzacji uwzględnianych w modelu matematycznym równowagi dynamicznej części mechanicznej układu napędowego. Podane zależności analityczne pozwalają na uszczegółowienie analizy obliczeniowej niestandardowych układów napędowych pracujących pionowo z jednopunktowym zawieszeniem na wielkogabarytowym łożysku ślizgowym. Zależności analityczne określające moment oporowy łożyska ślizgowego umożliwiają prowadzenie analizy dla różnych konstrukcji łożysk ślizgowych (1). Przedstawiony sposób analizy obliczeniowej może być wykorzystany do obliczeń stanów dynamicznych przy określaniu wskaźników i założeń projektowych układów napędowych pracujących pionowo z silnikami indukcyjnymi specjalnego wykonania w wersji rurowej.

## LITERATURA

- [1] Projekt celowy Nr 6 T10 2003C/06105: *Opracowanie i wykonanie silnika indukcyjnego specjalnego wykonania z przetwornicą częstotliwości o zmodyfikowanym układzie sterowania do uruchomienia produkcji głównych układów napędowych reaktorów polimeryzacji*. Część nr 1 – *Opis badań*. Część nr 2 – *Wyniki badań i dokumentacja*. Załącznik do części nr 2 – *Rysunki wykonawcze*, Częstochowa–Płock 2005, Opracowanie niepublikowane.
- [2] POPENDA A., RUSEK A., *Model matematyczny i wybrane stany nieustalone głównego napędu reaktora polimeryzacji przy uwzględnieniu parametrów pracy komory mieszalnika*, Przegląd Elektrotechniczny, PL ISSN 0033-2097, 5, 2008, s. 84–87.
- [3] RUSEK A., POPENDA A., *Mathematical Model of Drive System for Metallurgical Roller Table Unit with Rotation of Rollers Transmitted by Chain Transmission*, Przegląd Elektrotechniczny, R. 87, nr 3/2011, s. 157–161.
- [4] RUSEK A., *Wpływ wielkogabarytowego łożyska ślizgowego na charakterystyki eksploatacyjne do napędu reaktora polimeryzacji*, Rynek Energii, 4(95)/2011, s. 107–112.
- [5] RUSEK A., LIS M., *Wybrane zagadnienia dynamiki pracy motoreduktorowych układów napędowych*, Metody i Systemy Komputerowe w Automatyce i Elektrotechnice MSKAE 2005, Częstochowa–Poraj, 16–17.09.2005, s. 195–198.
- [6] RUSEK A., LIS M., *Porównanie pracy układu napędowego rolki samotoku hutniczego dla różnych przypadków zasilania*, Metody i Systemy Komputerowe w Automatyce w Automatyce i Elektrotechnice MSKAE 2005, Częstochowa–Poraj, 16–17.09.2005, s. 199–201.

AN APPLICATION OF THE REAL LOAD CHARACTERISTICS  
OF POLYMERIZATION REACTOR IN DYNAMIC STATES OF THE DRIVE SYSTEM  
BASED ON THE SPECIALLY DESIGNED INDUCTION MOTOR

In the paper the drive system for polymerization reactor based on the specially designed induction motor in a pipe version, type SAR-55/1500/09, is presented. The motor was made in the frame of the government grant [1]. The phenomena causing the additional load torques are described. The analytical dependencies for calculation of the additional internal torques of the motor are given. These torques come from the sliding friction in large-size side bearing and the agglutination of the rotor with the stator. The analytical dependencies for calculation of the external torques of the drive system are also given. These torques came from the load of the mixer caused by the ethylene stream and the charge of the mixer in the lower chamber of the polymerization reactor. The mathematical model of the studied system including the equations of dynamic equilibrium for the mechanical part is presented. The exemplary computational analysis was conducted for reversing the motor at the full load caused by the fan-dependent torque and for the full charge of the mixer and the partial agglutination of the motor rotor with its stator.