	Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych	
Nr 66	Politechniki Wrocławskiej	Nr 66

Studia i Materiały

### Nr 32

2012

reaktory polimeryzacji, napędy prądu przemiennego, modelowanie, analiza numeryczna

## Andrzej POPENDA\*

# MODELOWANIE PROCESÓW ELEKTROMECHANICZNYCH W UKŁADZIE NAPĘDOWYM REAKTORA POLIMERYZACJI

W referacie zawarto informacje dotyczące układu napędowego reaktora polimeryzacji. Zaproponowano strukturę modelu kinematycznego napędu reaktora polimeryzacji i podano założenia do tego modelu oraz równania równowagi dynamicznej układu napędowego. Określono moment obciążenia wynikający z tarcia cząsteczek etylenu o ramiona mieszadła oraz moment strat silnika napędowego wynikający z tarcia w dolnym łożysku silnika. Przedstawiono przebiegi czasowe, sporządzone z wykorzystaniem opracowanych modeli. Przebiegi te umożliwiają między innymi określenie możliwych przeciążeń mechanicznych w układzie na podstawie maksymalnych wartości momentów i kątów skręcenia odczytanych z przebiegów oraz drgań własnych i wymuszonych układu napędowego.

### 1. WSTĘP

Układ napędowy mieszalnika reaktora procesu polimeryzacji pracuje pionowo w dwóch komorach reaktora [1]. W komorze górnej znajduje się silnik indukcyjny specjalnego wykonania oraz wielowypustowe sprzęgło dwudzielne. W komorze dolnej znajduje się wał mieszadła z wydzielonym łącznikiem oraz mieszadło trójramienne. W komorach reaktora panuje atmosfera etylenu oraz ciśnienie robocze dochodzące do 2800 atm. Na rysunku 1 pokazano elementy wirujące układu napędowego mieszalnika.



Rys. 1. Elementy wirujące układu napędowego mieszalnika reaktora polimeryzacji Fig. 1. The rotating elements of the drive system for a polymerization reactor mixer

<sup>\*</sup> Politechnika Częstochowska, Wydział Elektryczny, Instytut Elektrotechniki Przemysłowej, al. Armii Krajowej 17, 42-200 Częstochowa, popenda@el.pcz.czest.pl

### 2. MODEL KINEMATYCZNY NAPĘDU REAKTORA POLIMERYZACJI

W dalszej analizie układ rzeczywisty o elementach rozłożonych w sposób ciągły jest zastąpiony przez układ dyskretny o elementach skupionych. W strukturze kinematycznej rozważanego układu mechanicznego dokonano dyskretyzacji mieszadła, natomiast łącznik o niewielkiej masie własnej obciążony dużą masą mieszadła, opisano parametrami skupionymi. Mieszadło zostało podzielone na 5 jednakowych odcinków o długości porównywalnej z długością wału wirnika silnika elektrycznego i łącznika. Każdemu odcinkowi przypisano jednakową masę i jednakowy współczynnik sprężystości, natomiast pominięto tłumienie. Przy podziale elementu na kilka lub kilkanaście odcinków otrzymuje się wyniki symulacji komputerowej nie odbiegające zasadniczo od rezultatów otrzymanych przy podziale na nieskończoną liczbę odcinków, odpowiadającemu modelowi falowemu [2].

Do przedstawienia syntezy modelu rozważanego układu napędowego przyjęto następujące założenia [1, 3]:

- lącznik i mieszadło stanowią elementy sprężyste; w równaniach równowagi dynamicznej są one reprezentowane przez współczynniki sprężystości skrętnej K o stałych wartościach oraz masę, pominięto natomiast tłumienie
- łącznik o nieznacznej masie jest opisany parametrami skupionymi, natomiast mieszadło jest opisane dyskretnie rozłożonymi parametrami skupionymi,
- ruch obrotowy elementów jest reprezentowany przez ich kąty położenia  $\varphi$ ,
- nie są brane pod uwagę odkształcenia wewnątrz silnika elektrycznego,
- pominięte zostają siły tarcia wewnątrz łącznika i mieszadła,
- mieszadło jest podzielone na 5 jednakowych elementów, których parametry
   sprężystość i masa są takie same,
- każdemu *i*-temu elementowi mieszadła jest przypisane położenie kątowe i prędkość kątowa,
- na każdy element mieszadła przypada określony moment oporowy wynikający z podziału całkowitego momentu obciążenia mieszadła.



Rys. 2. Model układu z konserwatywnymi elementami skupionymi i dyskretnym podziałem mieszadła Fig. 2. Model of the system with the conservative lumped parameters and discrete division of the mixer

Zgodnie z przyjętymi założeniami, dyskretny model mechaniczny układu napędowego reaktora procesu polimeryzacji jest następujący [1, 3]:

W modelu kinematycznym układu mechanicznego uwzględniono obliczone [1, 3]: momenty bezwładności elementów (rys. 1) oraz sprężystości łącznika i mieszadła.

Model matematyczny układu napędowego reaktora polimeryzacji określono na podstawie obwodowego modelu matematycznego silnika indukcyjnego, zawierającego równania zapisane z wykorzystaniem wektorów przestrzennych [3, 4], i modelu matematycznego układu mechanicznego z konserwatywnymi elementami skupionymi i dyskretnym podziałem mieszadła. Równania różniczkowe układu mechanicznego:

$$J_{0} \frac{d\omega_{m}}{dt} + k_{1}(\varphi_{m} - \varphi_{1}) = m_{e} - m_{i}, \qquad J_{1} \frac{d\omega_{1}}{dt} + k_{1}(\varphi_{1} - \varphi_{m}) + k_{2}(\varphi_{1} - \varphi_{2}) = 0$$

$$J_{2} \frac{d\omega_{i}}{dt} + k_{2}(\varphi_{i} - \varphi_{i-1}) + k_{2}(\varphi_{i} - \varphi_{i+1}) = -m_{i}, \qquad i = 2,...,5$$

$$(1)$$

$$J_{0} \frac{d\omega_{0}}{dt} + k_{2}(\varphi_{i} - \varphi_{i-1}) + k_{2}(\varphi_{i} - \varphi_{i+1}) = -m_{i}, \qquad i = 2,...,5$$

$$J_2 \frac{d\omega_6}{dt} + k_2 (\varphi_6 - \varphi_5) = -m_6, \qquad \frac{d\varphi_m}{dt} = \omega_m, \quad \frac{d\varphi_i}{dt} = \omega_i, \qquad i = 1,...,6$$

gdzie:  $\omega_{m}$ ,  $\omega_{1},...,\omega_{6}$ ,  $\varphi_{m}$ ,  $\varphi_{1},...,\varphi_{6}$  – prędkości kątowe i kąty obrotu wirnika, łącznika i elementów mieszadła. Momenty obciążenia elementów mieszadła  $m_{i}$ , i = 2, ..., 6, wynikające z dyskretnego podziału, zostaną zdefiniowane w kolejnych rozważaniach. W powyższych równaniach uwzględniono następujące związki, wynikające z wcześniejszych założeń:  $J_{2} = J_{3} = J_{4} = J_{5} = J_{6}$ ,  $k_{2} = k_{3} = k_{4} = k_{5} = k_{6}$  oraz  $m_{1} = 0$  w odniesieniu do sprzęgła (pominięcie obciążenia sprzęgła wynikającego z procesu polimeryzacji z uwagi na gładkie powierzchnie oraz brak tarcia w otoczeniu sprzęgła)

# 3. OKREŚLENIE MOMENTÓW OBCIĄŻENIA W UKŁADZIE NAPĘDOWYM REAKTORA POLIMERYZACJI

Znane jest z literatury [4] podejście polegające na tym, że w modelu matematycznym układu elektromechanicznego silniki elektryczne są reprezentowane zespołem równań różniczkowych, natomiast urządzenie napędzane – za pomocą ich charakterystyk mechanicznych. W niniejszym paragrafie określono charakterystyki mechaniczne obciążeń silnika indukcyjnego specjalnego wykonania w postaci funkcji uzależniających momenty obciążenia dyskretnych elementów mieszadła od ich prędkości kątowych oraz moment tarcia w dolnym łożysku silnika napędowego w funkcji prędkości kątowej wirnika. Charakterystyki te zostały następnie uwzględnione w modelu matematycznym analizowanego układu napędowego reaktora polimeryzacji. Oznacza to przyjęcie następujących związków:  $m_t = M_t(\omega_m), m_i = M_i(\omega_i)$  dla i = 1, ..., 6, przy czym  $M_t(\omega_m), M_t(\omega_i)$  – charakterystyki mechaniczne dolnego łożyska silnika i reaktora polimeryzacji, związane odpowiednio z tarciem wewnątrz łożyska i obciążeniem *i*-tego elementu dyskretnego podziału mieszadła, wynikającym z realizowanego procesu technologicznego.

Siła tarcia suchego w dolnym łożysku silnika, na którym jest zawieszona cała masa wirująca w układzie pionowym, określa moment oporowy. Siła ta nie jest przyłożona liniowo w jednakowej odległości *r* od osi wirnika, lecz rozkłada się powierzchniowo w różnych odległościach, począwszy od wewnętrznego obwodu styczności dwóch powierzchni trących, aż po obwód zewnętrzny. Chcąc określić całkowity moment tarcia należy uwzględnić różne odległości przyłożenia elementarnych sił tarcia. Określono następujące wyrażenie na moment tarcia w dolnym łożysku silnika:

$$M_t \approx -N(r_e + r_i) \left[ \frac{\mu_s - \mu_r}{2 + a(r_e + r_i)\omega} + \frac{\mu_r}{2} \right]$$
(2)

gdzie:  $\mu_s$  – współczynnik tarcia statycznego,  $\mu_r$  – współczynnik tarcia ruchowego, N – siła nacisku, a – stała. Powyższa zależność, zastosowana do ruchu obrotowego, jest aproksymacją analogicznej zależności dla ruchu postępowego [5], w której uwzględniono efekt Stribecka. W aproksymacji tej pominięto składnik tarcia wiskotycznego w dolnym łożysku silnika specjalnego wykonania ze względu na brak smarowania.

Etylen CH<sub>2</sub>=CH<sub>2</sub> jest najprostszym węglowodorem nienasyconym. W wyniku polimeryzacji etylenu otrzymuje się termoplastyczne tworzywo sztuczne – polietylen. Polimeryzacja jest reakcją łączenia się wielu cząsteczek tego samego związku chemicznego w jedną olbrzymią, o wielokrotnym ciężarze cząsteczkowym i odmiennych właściwościach fizycznych i chemicznych. Polimeryzację etylenu przeprowadza się w fazie gazowej pod wysokim ciśnieniem. Etylen jest bezbarwnym gazem o porównywalnej z suchym powietrzem masie molowej: (a) masa molowa etylenu 28 g, (b) masa cząsteczkowego azotu 28 g, tlenu 32 g itd. Zgodnie z prawem Avogadra, jednakowe objętości rozmaitych gazów (par) o tej samej temperaturze i ciśnieniu zawierają jednakowe liczby cząsteczek. Oznacza to, że objętościowa gęstość masy etylenu w tych samych warunkach atmosferycznych jest porównywalna z gęstością suchego powietrza. Można zatem rozpatrywać zastępczo suche powietrze jako substancję w reaktorze procesu polimeryzacji. W rozważaniach pominięto natomiast zderzenia ramion mieszadła z cząstkami polietylenu.

W dalszych rozważaniach uwzględniono analogię przekrojów mieszadła w komorze reaktora i wentylatora promieniowego. Podział wentylatorów na osiowe, promieniowe i diagonalne wiąże się z kierunkiem przepływu medium przez wirnik. Kierunek przepływu wzdłuż osi wirnika pozostaje w wentylatorze osiowym niezmienny. W wentylatorach promieniowych następuje zmiana kierunku przepływu z osiowego na kierunek prostopadły do osi. Wentylatory diagonalne dzielą się na półosiowe i półpromieniowe i łączą w sobie cechy dwóch podstawowych rozwiązań. Na rysunku 3 przedstawiono geometryczne parametry przekroju mieszadła odnosząc je do przekroju wirnika wentylatora promieniowego. Wzór na moment obciążenia mieszadła wynikający z procesu technologicznego określono na podstawie [6], wydzielając składową dla każdego dyskretnego odcinka mieszadła:

$$M_{i} = \frac{M}{5} \le \left(0 \div 0.33\right)^{3} \frac{\xi \pi \rho_{x} r_{2}^{6} b_{2} \tau_{2}^{2} \operatorname{tg} \beta_{2}}{5 \eta r_{d}^{2}} \omega_{i}^{2}, \quad i = 2, ..., 6$$
(3)

gdzie:  $\omega_2$ , ...,  $\omega_6$  – prędkości kątowe odpowiadające poszczególnym odcinkom mieszadła zgodnie z układem (1). Pozostałe wielkości występujące w zależności (3) są stałymi parametrami geometrycznymi mieszadła [1, 6]. Z zależności (3) wynika, że dyskretne momenty obciążenia mieszadła są funkcjami kwadratowymi prędkości kątowych  $\omega_i$ .



Rys. 3. Parametry geometryczne mieszadła, gdzie:  $u_1, u_2 - prędkości obwodowe, w_1, w_2 - składowe styczne prędkości, <math>\omega$ - prędkość kątowa wirnika,  $r_1, r_2$ - promienie obwodów Fig. 3. Geometrical parameters of the mixer, where  $u_1, u_2$  are circumferential velocities,  $w_1, w_2$  are tangent components of the velocity,  $\omega$  is angular velocity of the rotor,  $r_1, r_2$  are radiuses of circumferences

# 4. WYNIKI I ANALIZA OBLICZEŃ NUMERYCZNYCH

Wykonano symulacje zespołu napędowego reaktora polimeryzacji stosując opracowany model matematyczny, uwzględniający rzeczywiste obciążenia. Rozważono następujące przypadki symulowanych stanów nieustalonych napędu reaktora polimeryzacji: obciążenie momentem technologicznym (rozłożonym dyskretnie wzdłuż osi mieszadła) wynikającym z procesu polimeryzacji oraz pracę silnika bez obciążenia technologicznego, przy zasilaniu silnika z sieci sztywnej i przemiennika częstotliwości. Przykładowe przebiegi bezpośredniego rozruchu silnika są pokazane na rysunku 4.

Częstotliwość drgań własnych układu mechanicznego, obliczona na podstawie przebiegów, wynosi około 130 Hz. Drgania te są bardzo słabo tłumione z powodu pominięcia dyssypacji w układzie mechanicznym. Ze względu na dużą rozbieżność między częstotliwością drgań własnych układu mechanicznego i częstotliwością oscylacji momentu elektromagnetycznego, nie istnieje niebezpieczeństwo wystąpienia rezonansu w badanym układzie napędowym.



Rys. 4. Przebiegi kątów skręcenia: łącznika  $\varphi_m - \varphi_1$  oraz górnej  $\varphi_2 - \varphi_4$ i dolnej połowy mieszadła  $\varphi_4 - \varphi_6$ Fig. 4. Torsional angles: of the connector  $\varphi_m - \varphi_1$ , of the upper  $\varphi_2 - \varphi_4$ and the lower  $\varphi_4 - \varphi_6$  half of the mixer versus time

Oscylacje momentu elektromagnetycznego można stwierdzić na podstawie przebiegów kątów skręcenia (rys. 4) dla czasu od 0 do około 0,15 s z powodu emisji tych oscylacji do układu mechanicznego.

W układzie pojawiają się bardzo wolno tłumione oscylacje kątów skręcenia elementów napędu, przy czym amplituda tych oscylacji, odczytana z przebiegów, wynosi około 5–6% wartości średniej dla każdego pokazanego kąta skręcenia, odpowiednio, łącznika oraz górnej i dolnej połowy mieszadła. Porównując poziomy zarówno amplitudy oscylacji jak i wartości średniej kątów skręcenia pomiędzy różnymi elementami napędu można stwierdzić, że wielkości te maleją w analogicznym przedziale czasu o rząd wielkości, jeśli porównać je dla przypadku łącznika i górnej połowy mieszadła, natomiast maleją o połowę w przypadku porównania górnej i dolnej połowy mieszadła.

#### **5. PODSUMOWANIE**

W ekstremalnych warunkach pracy napędu reaktora polimeryzacji brak jest możliwości zastosowania jakichkolwiek czujników zamontowanych na silniku i na wirujących elementach napędu (pomiary momentów i kątów skręcenia wału, łącznika, mieszadła, drgań elementów napędu). Tym bardziej atrakcyjna jest możliwość określenia maksymalnych obciążeń i kątów skręcenia (momentów i naprężeń) lub też częstotliwości drgań własnych i wymuszonych w sposób alternatywny, czyli na podstawie symulacji. Informacje z niej wypływające stanowiły istotne wytyczne do projektu celowego [1], możliwe do zweryfikowania w praktyce jedynie przez długotrwałą bezawaryjną pracę zaprojektowanego napędu.

#### LITERATURA

- [1] Nr 6 T10 2003C/06105: Opracowanie i wykonanie silnika indukcyjnego specjalnego wykonania z przetwornicą częstotliwości o zmodyfikowanym układzie sterowania do uruchomienia produkcji głównych układów napędowych reaktorów polimeryzacji. Część nr 1 Opis badań. Część nr 2 Wyniki badań i dokumentacja. Załącznik do części nr 2 – Rysunki wykonawcze, Projekt celowy, Częstochowa–Płock 2005, Opracowanie niepublikowane.
- [2] SZKLARSKI L., ZARUDZKI J., *Elektryczne maszyny wyciągowe*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa–Kraków 1998.
- [3] POPENDA A., RUSEK A., Model matematyczny układu napędowego reaktora procesu polimeryzacji z uwzględnieniem wybranych problemów procesu technologicznego, część I i II, Zeszyty Problemowe Maszyny Elektryczne, nr 75/2006, s. 5–9, 11–16.
- [4] HICKIEWICZ J., MACEK-KAMIŃSKA K., Modele, badania symulacyjne i pomiary weryfikacyjne napędów grupowych, Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej, Nr 50, 2000, s. 268–278.
- [5] CANUDAS DE WIT C., OLSSON H., ÅSTRÖM K.J., LISCHINSKY P., A New Model for Control of Systems with Friction, IEEE Trans. on Automatic Control, 40 (3), Vol. 40, No. 3, 1995, s. 419.
- [6] FORTUNA S., Wentylatory. Podstawy teoretyczne, zagadnienia konstrukcyjno-eksploatacyjne i zastosowanie, Wydawnictwo "Techwent", Kraków 1999.

### MODELLING OF ELECTROMECHANICAL PROCESSES IN THE DRIVE SYSTEM OF POLYMERIZATION REACTOR

The information concerning the drive system of polymerization reactor are given in the paper. The structure of kinematic model of drive for polymerization reactor is proposed. The assumptions for this model as well as equations of dynamic equilibrium are also given. The torque of the driving motor losses caused by friction in lower bearing of the motor as well as the torque caused by friction of the ethylene particles against the mixer arms are determined. The simulated transient responses obtained with the use of the developed model are presented and discussed.