

*silnik indukcyjny z 3-fazowym uzwojeniem,
praca 1-fazowa z kondensatorem, moment pulsujący*

Marcin NOWAK*, Wojciech PIETROWSKI*, Stanisław RAWICKI*

UDOSKONALONY DOBÓR POJEMNOŚCI KONDENSATORA PRZY PRACY JEDNOFAZOWEJ SILNIKA INDUKCYJNEGO Z TRÓJFAZOWYM UZWOJENIEM STOJANA

W artykule omówiono problematykę doboru optymalnej pojemności kondensatora dla jednofazowej pracy silnika indukcyjnego z trójfazowym uzwojeniem stojana. Badania symulacyjne wykazały, że podczas pracy takiego silnika pojawia się moment pulsujący o znacznej amplitudzie. Pulsacje momentu wywołują drgania i hałas. Zaproponowano nową koncepcję doboru optymalnej pojemności dodatkowego kondensatora. Kondensator powinien zapewniać możliwie dużą moc mechaniczną silnika jak również zmniejszenie drgań i hałasu. Wnioski dotyczące doboru optymalnej pojemności kondensatora, opracowane na podstawie badań symulacyjnych zostały sprawdzone doświadczalnie.

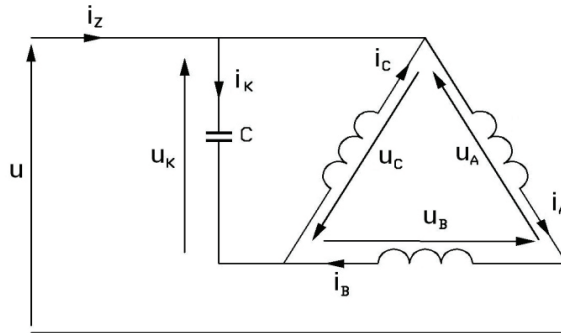
1. WSTĘP

W praktyce występuje czasami konieczność jednofazowej pracy trójfazowego silnika indukcyjnego. Włączenia takiego silnika do sieci jednofazowej można dokonać na wiele sposobów [1, 3]. Jednym z najpopularniejszych sposobów jest zastosowanie układu z kondensatorem, którego schemat połączeń zamieszczono na Rys. 1. Najistotniejszym problemem jest tutaj odpowiedni dobór wartości pojemności kondensatora. Zwykle w literaturze zaleca się dobór takiej pojemności kondensatora, która zapewnia uzyskanie maksymalnej mocy użytecznej [1]. Pomijany jest problem silnych pulsacji momentu w układzie jak na rys. 1. Moment pulsacyjny wynika z niesymetrii pola elektromagnetycznego i jest źródłem drgań. Obecnie zwraca się uwagę na ochronę środowiska i dostosowywanie urządzeń do warunków małej uciążliwości dla otoczenia.

Autorzy artykułu stawiają tezę, że konieczne jest nie tylko optymalne dobranie kondensatora ze względu na maksymalną moc mechaniczną użyteczną, ale również ze

* Instytut Elektrotechniki i Elektroniki Przemysłowej, Politechnika Poznańska, ul. Piotrowo 3A, 60-965 Poznań, mnowak_PP@wp.pl, wojciech.pietrowski@put.poznan.pl, stanislaw.rawicki@put.poznan.pl

względu na odpowiednie zmniejszenie amplitudy momentu tętniącego. Równolegle analizowano takie parametry, jak: składowa stała momentu silnika, współczynnik mocy, sprawność, prądy i napięcia fazowe, moc czynna i bierna silnika, prąd zasilający, napięcie i prąd kondensatora, prąd i momenty: rozruchowy oraz krytyczny.



Rys. 1. Schemat jednofazowej pracy silnika indukcyjnego z trójfazowym uzwojeniem stojana i kondensatorem

2. MODELE MATEMATYCZNE SILNIKA

Aby przeprowadzić wszechstronną analizę pracy jednofazowej silnika z trójfazowym uzwojeniem stojana i kondensatorem stworzono dwa modele matematyczne. Pierwszy model został oparty na równaniach różniczkowych zastępczej maszyny dwufazowej indukcyjnej związanej z nieruchomym względem stojana układem współrzędnych α, β . Drugi model dotyczący stanu ustalonego badanego silnika został oparty na metodzie składowych symetrycznych.

Dynamiczny model matematyczny silnika w zastępczym układzie dwufazowym

Model matematyczny tworzą następujące równania różniczkowe i algebraiczne:

$$D\psi_{\alpha S} = \sqrt{2}U \cos(\omega_1 t + \gamma) - R_S i_{\alpha S} \quad (1)$$

$$D\psi_{\beta S} = -\sqrt{\frac{2}{3}}U \cos(\omega_1 t + \gamma) + \frac{2}{\sqrt{3}}u_K - R_S i_{\beta S} \quad (2)$$

$$D\psi_{\alpha W} = -\omega \cdot \psi_{\beta W} - R_W i_{\alpha W}, \quad D\psi_{\beta W} = \omega \cdot \psi_{\alpha W} - R_W i_{\beta W} \quad (3)$$

$$D\omega = \frac{p}{J}(T - T_h), \quad Du_K = -\frac{\sqrt{3}}{C}i_{\beta S} \quad (4)$$

$$i_{\alpha S} = \lambda(L_W \Psi_{\alpha S} - M \Psi_{\alpha W}), \quad i_{\beta S} = \lambda(L_W \Psi_{\beta S} - M \Psi_{\beta W}) \quad (5)$$

$$i_{\alpha W} = \lambda(L_S \Psi_{\alpha W} - M \Psi_{\alpha S}), \quad i_{\beta W} = \lambda(L_S \Psi_{\beta W} - M \Psi_{\beta S}) \quad (6)$$

$$\lambda = (L_S L_W - M^2)^{-1} \quad (7)$$

$$T = \frac{3}{2} p M (i_{\alpha W} \cdot i_{\beta S} - i_{\beta W} \cdot i_{\alpha S}) \quad (8)$$

gdzie D oznacza symbol różniczkowania d/dt ; $\Psi_{\alpha S}$, $\Psi_{\beta S}$ – magnetyczne strumienie skojarzone uzwojenia stojana w zastępczym, dwufazowym układzie współrzędnych α - β ; $\Psi_{\alpha W}$, $\Psi_{\beta W}$ – magnetyczne strumienie skojarzone uzwojenia wirnika; $i_{\alpha S}$, $i_{\beta S}$ – prądy uzwojenia stojana; $i_{\alpha W}$, $i_{\beta W}$ – prądy uzwojenia wirnika; ω – elektryczna prędkość kątowna wirnika; p – liczba par biegunów silnika; J – moment bezwładności układu wirującego; T – moment elektromagnetyczny silnika; T_h – moment obciążenia; R_S , R_W – rezystancja uzwojenia fazowego stojana i wirnika; L_S , L_W , M – indukcyjności schematu zastępczego silnika w modelu dwufazowym; C – pojemność kondensatora. Parametry wirnika są sprowadzone do obwodu stojana. Pominięto zjawisko wypierania prądu w uzwojeniach i wyższe harmoniczne przestrzenne pola magnetycznego.

Model silnika w stanie ustalonym w metodzie składowych symetrycznych

Model matematyczny dotyczący stanu ustalonego badanego silnika został oparty na metodzie składowych symetrycznych [5]. W układzie połączeń jak na rys. 1 nie występują składowe symetryczne zerowe prądu i napięcia, wyznaczamy tylko składowe zgodne i przeciwnie napięcia (U_1 i U_2) oraz prądu (I_1 i I_2):

$$\underline{U}_1 = \underline{I}_1 \cdot \underline{Z}_1, \quad \underline{U}_2 = \underline{I}_2 \cdot \underline{Z}_2 \quad (9)$$

gdzie \underline{Z}_1 , \underline{Z}_2 to zespolone wartości impedancji składowej symetrycznej zgodnej i przeciwniej silnika indukcyjnego. Określono następujące zależności:

$$\underline{Z}_S = R_S + jX_{rS} \quad (10)$$

$$\underline{Z}_{W1} = jX_{rW} + \frac{R_W}{s}, \quad \underline{Z}_{W2} = jX_{rW} + \frac{R_W}{2-s} \quad (11)$$

$$\underline{Z}_1 = \underline{Z}_S + \frac{\underline{Z}_m \cdot \underline{Z}_{W1}}{\underline{Z}_m + \underline{Z}_{W1}}, \quad \underline{Z}_2 = \underline{Z}_S + \frac{\underline{Z}_m \cdot \underline{Z}_{W2}}{\underline{Z}_m + \underline{Z}_{W2}} \quad (12)$$

gdzie: s – poślizg, X_{rS} , X_{rW} – reaktancje rozproszenia stojana i wirnika, \underline{Z}_m – wyrażona w postaci zespolonej impedancja zastępcza gałęzi poprzecznej schematu zastępczego silnika. Wartości napięć i prądów w uzwojeniach fazowych silnika wyznacza się [5] na podstawie równań (13)–(15), gdzie a oznacza operator obrotu o kąt 120° :

$$\underline{U}_A = \underline{U}_1 + \underline{U}_2, \quad \underline{U}_B = a^2 \underline{U}_1 + a \underline{U}_2 \quad (13)$$

$$\underline{U}_C = a \underline{U}_1 + a^2 \underline{U}_2, \quad \underline{I}_A = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 \quad (14)$$

$$\underline{I}_B = a^2 \underline{I}_1 + a \underline{I}_2, \quad \underline{I}_C = a \underline{I}_1 + a^2 \underline{I}_2 \quad (15)$$

Należy uwzględnić zależności, wynikających z więzów elektrycznych na rys. 1:

$$\underline{U} = \underline{U}_A, \quad \underline{U}_K = -\underline{U}_C \quad (16)$$

$$\underline{I}_Z = \underline{I}_A - \underline{I}_B, \quad \underline{I}_K = \underline{I}_C - \underline{I}_B \quad (17)$$

Zespolona impedancja \underline{Z}_K kondensatora o pojemności C dana jest wzorem:

$$\underline{U}_K = \underline{Z}_K \cdot \underline{I}_K = -\frac{j}{\omega_1 C} \cdot \underline{I}_K \quad (18)$$

W ramach układu równań (9)–(18) wyprowadzono bazowe zależności, które dla stojana umożliwiają obliczanie składowych symetrycznych prądów:

$$\underline{I}_1 = j \frac{\underline{U}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{a^2 \underline{Z}_2 - j\sqrt{3} \cdot \underline{Z}_K}{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 + \underline{Z}_K (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2)}, \quad \underline{I}_2 = \frac{\underline{U} - \underline{I}_1 \cdot \underline{Z}_1}{\underline{Z}_2} \quad (19)$$

Składowe symetryczne prądu wirnika \underline{I}_{W1} , \underline{I}_{W2} określają następujące zależności:

$$\underline{I}_{W1} = \underline{I}_1 \cdot \frac{\underline{Z}_m}{\underline{Z}_m + \underline{Z}_{W1}}, \quad \underline{I}_{W2} = \underline{I}_2 \cdot \frac{\underline{Z}_m}{\underline{Z}_m + \underline{Z}_{W2}} \quad (20)$$

Korzystając z wyznaczonych w ten sposób wartości prądów, można wyznaczyć straty mocy na rezystancjach uzwojeń i moment użyteczny [4].

Obliczanie amplitudy momentu pulsującego

Autorzy opracowali wzór matematyczny, który pozwala na obliczenie amplitudy momentu pulsacyjnego podczas jednofazowej pracy silnika indukcyjnego z trójfazowym uzwojeniem stojana i kondensatorem. W zaproponowanej metodzie połączono zasady metody składowych symetrycznych oraz metody zastępczej maszyny indukcyjnej dwufazowej. Utworzono dwa zastępcze układy dwufazowe: składowej zgodnej i przeciwnej. Dla układu kolejności zgodnej ustalone prądy można zapisać:

$$i_{\alpha S1} = \sqrt{2} |I_1| \cos(\omega_1 t + \delta_1), \quad i_{\beta S1} = \sqrt{2} |I_1| \sin(\omega_1 t + \delta_1) \quad (21)$$

$$i_{\alpha W1} = -\sqrt{2} |I_{W1}| \cos(\omega_1 t + \delta_{W1}), \quad i_{\beta W1} = -\sqrt{2} |I_{W1}| \sin(\omega_1 t + \delta_{W1}) \quad (22)$$

Dla układu kolejności przeciwej ustalone prądy określają następujące wzory:

$$i_{\alpha S2} = \sqrt{2} |I_2| \cos(\omega_1 t + \delta_2), \quad i_{\beta S2} = -\sqrt{2} |I_2| \sin(\omega_1 t + \delta_2) \quad (23)$$

$$i_{\alpha W2} = -\sqrt{2} |I_{W2}| \cos(\omega_1 t + \delta_{W2}), \quad i_{\beta W2} = \sqrt{2} |I_{W2}| \sin(\omega_1 t + \delta_{W2}) \quad (24)$$

W równaniach (21)–(24) wielkości: $|I_1|$ i $|I_2|$ oraz $|I_{W1}|$ i $|I_{W2}|$ oznaczają odpowiednio moduły składowych symetrycznych zgodnych i przeciwnych prądów stojana i wirnika, natomiast kąty: δ_1 , δ_2 oraz δ_{W1} , δ_{W2} to argumenty tych składowych. W celu uzyskania wzoru na funkcję czasową momentu T w stanie ustalonym do wzoru (8) podstawia się następujące związki:

$$i_{\alpha S} = i_{\alpha S1} + i_{\alpha S2}, \quad i_{\beta S} = i_{\beta S1} + i_{\beta S2} \quad (25)$$

$$i_{\alpha W} = i_{\alpha W1} + i_{\alpha W2}, \quad i_{\beta W} = i_{\beta W1} + i_{\beta W2} \quad (26)$$

Otrzymano funkcję czasową, w której wydzielono składową stałą oraz składową pulsującą T_p o pulsacji równej podwojonej pulsacji napięcia zasilającego:

$$T_p = E \sin(2\omega_1 t + \delta_{p1}) - F \sin(2\omega_1 t + \delta_{p2}) \quad (27)$$

$$E = 3pM |I_{W1}| |I_2|, \quad F = 3pM |I_{W2}| |I_1| \quad (28)$$

$$\delta_{p1} = \delta_2 + \delta_{W1}, \quad \delta_{p2} = \delta_1 + \delta_{W2} \quad (29)$$

Poszukiwana amplituda momentu pulsacyjnego (AT_p) określona jest wzorem:

$$AT_p = \sqrt{E^2 + F^2 - 2EF \cos(\delta_{p1} - \delta_{p2})} \quad (30)$$

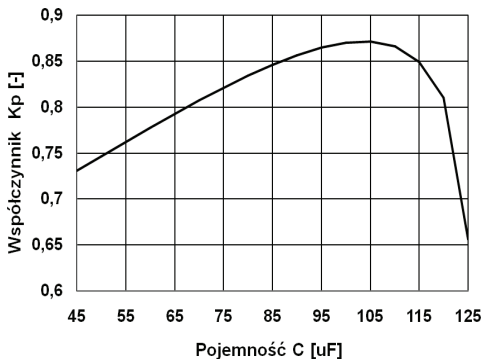
3. WYBRANE REZULTATY OBLICZEŃ

Z wykorzystaniem programu MATLAB przeprowadzono badania, uwzględniając w przyjętych modelach parametry rzeczywistego silnika indukcyjnego. Dane znamionowe badanego silnika przy symetrycznej pracy trójfazowej są następujące: moc 2,2 kW, częstotliwość 50 Hz, napięcie stojana 380 V/220 V (gwiazda/trójkąt), prąd stojana 4,6 A/8 A, prąd wirnika 19 A, prędkość obrotowa 1400 obr/min, $\cos\varphi = 0,88$.

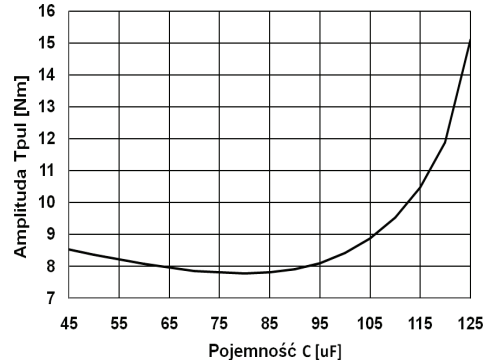
Przy różnych pojemnościach C kondensatora wyznaczono poślizgi, dla których suma strat mocy na rezystancjach stojana i wirnika jest równa nominalnym stratom ($\Delta PC_{un} = 343,7$ W) na tych rezystancjach przy symetrycznej pracy trójfazowej silnika. Przy spełnieniu takiej zależności, dotyczącej sumy strat mocy na rezystancjach, wykonano obliczenia wartości różnych parametrów silnika przy pracy jednofazowej.

Na rys. 2a dla różnych pojemności kondensatora podano największe możliwe wartości współczynnika wykorzystania mocy K_P , który zdefiniowano jako stosunek mocy użytecznej na wale silnika indukcyjnego przy pracy jednofazowej do mocy znamionowej przy symetrycznej pracy trójfazowej. Największy współczynnik wykorzystania mocy K_P równy 0,871 otrzymano dla poślizgu silnika $s = 0,0556$ przy pojemności $C = 105 \mu\text{F}$.

Obliczone wartości amplitudy momentu pulsującego dla różnych pojemności kondensatora przedstawiono na rysunku 2b. Najmniejszą wartość amplitudy momentu pulsującego: 7,77 Nm otrzymano dla pojemności $C = 80 \mu\text{F}$ (poślizg: 0,0614, współczynnik $K_P = 0,834$). Wartość tej amplitudy była o 14,2% mniejsza niż dla kondensatora $C = 105 \mu\text{F}$, dla której otrzymano najlepszy współczynnik K_P .



a)



b)

Rys. 2: a) Zależność największej możliwej wartości współczynnika wykorzystania mocy K_P od pojemności kondensatora; b) Zależność amplitudy momentu pulsującego AT_P od pojemności kondensatora dla poślizgów, przy których otrzymano największą moc

Przy wyborze optymalnej pojemności badano również wartości innych ważnych, elektrycznych parametrów silnika takich jak: współczynnik mocy $\cos\varphi$, sprawność silnika, moment użyteczny silnika, wartości prądów i napięć fazowych oraz wartość prądu pobieranego z sieci, wartości mocy czynnej i biernej pobieranych przez silnik.

Optymalną pojemność kondensatora ustalono jako równą $87 \mu\text{F}$. Dla tej pojemności dla współczynnik $K_{Cu} = 0,82$ (stosunek sumy strat mocy na rezystancjach stojana i wirnika do sumy tych strat przy symetrycznym obciążeniu znamionowym silnika zasilanego trójfazowo) otrzymano: $K_P = 0,792$, $\cos\varphi = 0,993$, sprawność: 82,0%, a w systemie jednostek względnych (z odniesieniem do odpowiedniej wielkości przy symetrycznej pracy silnika zasilanego trójfazowo) obliczono: amplituda momentu pulsacyjnego: 0,471, moment użyteczny: 0,778, prądy w uzwojeniach faz A , B , C – odpowiednio: 1,084, 1,087, 0,375, prąd pobierany z sieci: 2,138, napięcia na uzwojeniach fazowych A , B , C – kolejno: 1,000, 1,093, 0,927.

Zaproponowano obniżenie pojemności z 87 μF do 43,5 μF , gdy obciążenie będzie mniejsze niż 40% znamionowej mocy silnika przy symetrycznej pracy trójfazowej. Można tak uzyskać bardzo małe wartości momentu pulsacyjnego w zakresie małych obciążeń silnika. Przykładowo przy współczynniku wykorzystania mocy K_p równym kolejno: 0,4; 0,3; 0,1 oraz 0 stosunek amplitud momentów pulsacyjnych przy pojemności 87 μF oraz 43,5 μF jest odpowiednio równy: 2,19; 4,72; 7,40 oraz 4,03. Przy współczynniku K_p równym 0,2 amplituda momentu pulsacyjnego przy pojemności 87 μF wynosi aż 0,583, natomiast dla $C = 43,5 \mu\text{F}$ jest ona prawie równa zero (0,019).

4. WYNIKI POMIARÓW I WNIOSKI

W celu sprawdzenia słuszności rozwiązań zaproponowanych na podstawie obliczeń wykonano badania amplitud przyspieszeń drgań zamodelowanego silnika dla obu zaproponowanych wartości pojemności kondensatora. Zmierzone wartości pojemności zastosowanych kondensatorów to 86,8 μF i 43,4 μF .

Tabela 1. Porównanie wartości zmierzonych amplitud przyspieszeń drgań o częstotliwości 100 Hz i obliczonych wartości współczynnika K_A dla podanych wartości współczynnika K_p i prędkości obrotowej

Pojemność C dodatkowego kondensatora [μF]	Prędkość obrotowa [obr/min]	Współczynnik wykorzystania mocy K_p [-]	Względna amplituda przyspieszenia drgań K_D o częstotliwości 100 Hz [-]	Współczynnik K_A [-]
86,8	1493	0,07	3,16	0,68
86,8	1484	0,18	1,64	0,58
86,8	1478	0,26	1,38	0,53
86,8	1467	0,38	1,26	0,45
86,8	1456	0,50	1,07	0,41
86,8	1445	0,60	1,64	0,40
86,8	1436	0,67	2,40	0,42
86,8	1424	0,75	2,72	0,46
86,8	1415	0,81	3,80	0,49
43,4	1490	0,09	1,22	0,09
43,4	1480	0,19	0,93	0,02
43,4	1474	0,25	1,12	0,08
43,4	1459	0,39	1,28	0,22
43,4	1451	0,45	1,64	0,28
43,4	1438	0,55	2,04	0,38
43,4	1434	0,58	2,85	0,42
43,4	1420	0,66	3,89	0,50
43,4	1403	0,74	5,76	0,59

Badany silnik zamontowano na sztywnym podłożu na hamowni komutatorowej, aby możliwa była regulacja momentu obciążenia. Drgania mierzono miernikiem SVAN 912A w osi pionowej silnika. Wyniki badań i obliczeń podano w tabeli 1. Względne wartości amplitud przyspieszenia drgań K_D odnoszono do amplitudy przyspieszenia drgań o częstotliwości 100 Hz dla symetrycznego trójfazowego silnika indukcyjnego przy znamionowym obciążeniu. Podano też obliczone wartości współczynnika K_A dla zadanych wartości współł. K_P i prędkości obrotowej.

Potwierdzenie znalazła teza zalecająca dwukrotne obniżenie pojemności dodatkowego kondensatora przy małych obciążeniach. Dla obciążeń (współczynnik K_P) mniejszych niż 0,4 znamionowego obciążenia silnika względne amplitudy przyspieszenia drgań K_D są mniejsze dla pojemności 43,4 μF ; podobnie (dla $K_P < 0,4$) amplitudy momentu pulsacyjnego są znacznie mniejsze niż dla pojemności 86,8 μF . Jest interesujące, że te dwie różne wielkości fizyczne: współczynniki K_A i K_D w bardzo zbliżony jakościowo sposób zmieniają się w funkcji obciążenia. Przykładowo przy pojemności 43,4 μF , dla jednakowego obciążenia $K_P = 0,19$ otrzymano zarówno minimalną wartość współczynnika $K_D = 0,93$, jak i minimum współczynnika $K_A = 0,02$.

Na podstawie otrzymanych wyników autorzy artykułu stwierdzają, że dobór pojemności kondensatora do jednofazowej pracy 3-fazowego silnika indukcyjnego powinien być poprzedzony obliczeniami optymalizacyjnymi opartymi o schemat zastępczy, w którym uwzględniono parametry konkretnego silnika.

Planuje się dodatkowo wykonanie obliczeń amplitud pulsacyjnych sił radialnych o częstotliwości 100 Hz i amplitud wywołanych przez te siły drgań pionowych. Pozwoli to na pełniejszą analizę zjawisk w stanie niesymetrycznym przy jednofazowej pracy silnika indukcyjnego z trójfazowym uzwojeniem stojana i dodatkowym kondensatorem.

LITERATURA

- [1] FRĄCKOWIAK J., RAWICKI S., STEIN Z., STOLPE M., ZIELIŃSKA M., *Computer-Aided Optimization of Condenser Capacitance for Operation of Three-Phase Induction Motor Supplied from Single-Phase Network*, AMSE Press: Modelling, Measurement and Control, 2000, Vol. 73, No. 1/2, 53–64.
- [2] RAWICKI S., *A Method of Calculation of Characteristics of a Three-Phase Induction Machine with Two-Side Asymmetry*, Archiv für Elektrotechnik, 1984, Vol. 67, 237–246.
- [3] SOCHACKI R., *Mikromaszyny elektryczne*, Politechnika Warszawska, Warszawa 1996.
- [4] RAWICKI S., NOWAK M., *Nowe elementy w wielokryterialnej optymalizacji pojemności kondensatora dla indukcyjnego silnika z trójfazowym uzwojeniem stojana zasilanym jednofazowo*, Przegląd Elektrotechniczny, 2011, Vol. 87, No. 10, 328–334.
- [5] BOLKOWSKI S., *Teoria obwodów elektrycznych*, WNT, Warszawa 2007.

IMPROVED SELECTION OF CAPACITOR AT SINGLE-PHASE OPERATION OF INDUCTION MOTOR WITH THREE-PHASE STATOR WINDING

The paper deals with problems connected with the single-phase operation of an induction motor with three-phase stator winding. Simulation calculations have shown that the pulsating torques of great amplitudes appears during the single-phase work of the induction motor. The mechanical pulsations generate vibration and noise. The new conception of the choice of the optimum value of capacitance has been presented. The capacitor ought to ensure both the great mechanical power of the motor and decrease of vibration and noise. Suggestions for the selection of the optimum capacitor, developed on the basis of simulations, have been verified experimentally.