

*zmienna indukcyjność, PSpice, modelowanie, SRM*

Piotr BOGUSZ\*, Mariusz KORKOSZ\*,  
Adam MAZURKIEWICZ\*, Jan PROKOP\*

## **MODELOWANIE MASZYNY SRM JAKO UKŁADU O ZMIENNYCH INDUKCYJNOŚCIACH PRZY UŻYCIU PROGRAMU PSpice**

Program PSpice umożliwia analizowanie wybranych stanów pracy układów elektronicznych i elektromechanicznych. Jednak dostępna w jego bibliotece indukcyjność ma stałą wartość, co nie pozwala na modelowanie układów zawierających indukcyjności zależne od innych wielkości – przykład maszyny reluktancyjne. W artykule przedstawiono rozwiązanie, które umożliwia badanie układów zawierających zmienne indukcyjności przy użyciu programu PSpice. Zaproponowane rozwiązanie zostało wykorzystane w modelu symulacyjnym układu napędowego, zawierającego silnik reluktancyjny przełączalny (SRM) i elektroniczny komutator. Zamieszczono wyniki podstawowych badań przedmiotowego układu.

### **1. WSTĘP**

Analizowana wersja silnika reluktancyjnego jest zasilana za pośrednictwem elektronicznego komutatora, który zapewnia cykliczne dołączanie jego uzwojeń do źródła zasilającego. Ze względu na wzajemne oddziaływanie elementów składowych napędu nie można badać właściwości samego silnika, bez uwzględnienia komutatora. Do badań symulacyjnych układów elektronicznych – w tym przypadku komutatora – często jest wykorzystywany program PSpice. Pozwala on również na symulację układów elektromechanicznych. W jego bibliotekach są dostępne elementy modelujące rezystancję i indukcyjność. Dostępne są też bloki matematyczne, które mogą być użyte do obliczenia momentu i integratory potrzebne do wyznaczenia prędkości czy drogi kątowej silnika. To w zasadzie pozwala na całościową symulację układu napędowego silnik reluktancyjny–komutator [2], [4]. Jednak w silniku reluktancyjnym indukcyjność uzwojeń nie jest stała. Natomiast dostępna w bibliotece PSpice in-

---

\* Wydział Elektrotechniki i Informatyki, Politechnika Rzeszowska, ul. W. Pola 2, 35-959 Rzeszów.

dukcyjność ma stałą wartość przez co nie może być użyta do modelowania uzwojeń tego silnika [3].

Celem niniejszej pracy jest przedstawienie rozwiązania pozwalającego na modelowanie zmiennej indukcyjności za pomocą programu PSpice.

## 2. KONCEPCJA ROZWIĄZANIA

Zakładając wstępnie, że indukcyjność  $L$ , odbiornika  $RL$  jest stała, można zapisać równanie bilansu napięć

$$u = Ri + u_L, \quad (1)$$

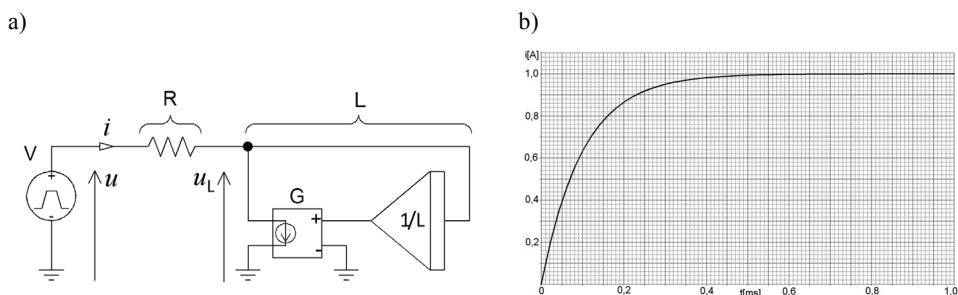
gdzie

$$u_L = L \frac{di}{dt}. \quad (2)$$

Równanie (2) można przekształcić do postaci

$$\frac{di}{dt} = u_L / L. \quad (3)$$

Całkując prawą stronę równania (3) otrzymuje się prąd, który może być użyty w równaniu bilansu napięć (1).



Rys. 1. Schemat zastępczy obwodu  $RL$  (a) i przebieg prądu dla:

$U = 10$  [V],  $R = 10$  [ $\Omega$ ],  $L = 1$  [mH] (b)

Fig. 1 Equivalent of  $RL$  circuit (a), time dependent current curve with:

$U = 10$  [V],  $R = 10$  [ $\Omega$ ],  $L = 1$  [mH] (b)

Równania (1) i (3) można przedstawić w formie pokazanego na rysunku 1a schematu zastępczego, który może być wykorzystany w programie PSpice. Wyznaczony dla obwodu z rysunku 1a przebieg prądu jest pokazany na rysunku 1b. Dokładnie taki sam przebieg prądu uzyskują się przy użyciu dostępnej w bibliotece PSpice indukcyjności co potwierdza słuszność przyjętego rozwiązania.

W powyższych rozważaniach przyjęto wstępnie stałą wartość indukcyjności. Jeśli uzależni się wzmacnienie integratora albo sterowanego napięciem źródła prądu  $G$  (rys. 1a) od jakiejś wielkości (na przykład drogi kątowej lub prądu) uzyska się indukcyjność o zmiennej wartości, zależną od danej (danych) wielkości. Należy zauważyć, że indukcyjność może być związana z dowolną wielkością co czyni przedstawione rozwiązanie bardzo uniwersalnym i znacznie wykraczającym poza praktycznie uzasadnione zastosowania. Można na przykład symulować indukcyjność o ujemnej wartości (niekoniecznie wdając się w fizyczną interpretację).

## 2. MODEL MATEMATYCZNY MASZYNY SRM

Do przeprowadzenia badań symulacyjnych jest potrzebny model matematyczny silnika. W tym przypadku zostanie użyty prosty, obwodowy model silnika. Przy jego tworzeniu przyjmuje się następujące założenia: obwód magnetyczny jest nienasycony, pomija się prądy wirowe, histerezę magnetyczną i indukcyjności wzajemne pasm. Ponadto przyjmuje się pełną symetrię magnetyczną, elektryczną i mechaniczną.

Dla każdego z pasm można zapisać równanie bilansu napięć [1]

$$u = Ri + u_L, \quad (4)$$

gdzie

$$u_L = L(\theta) \frac{di}{dt} + \Omega \frac{\partial L(\theta)}{\partial \theta} i. \quad (5)$$

Z równania (5) otrzymuje się

$$\frac{di}{dt} = \frac{\left( u_L - \Omega \frac{\partial L(\theta)}{\partial \theta} i \right)}{L(\theta)}. \quad (6)$$

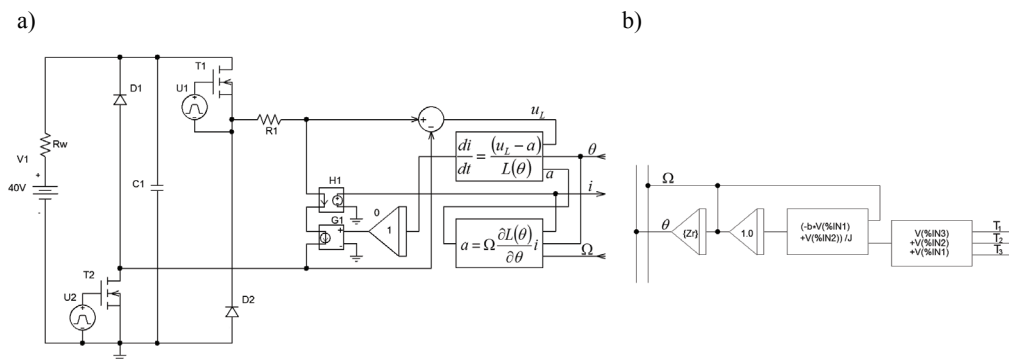
Pozostałe równanie opisujące silnik:

$$J \frac{d\Omega}{dt} = T_e - T_L, \quad (7)$$

gdzie

$$T_e = \frac{1}{2} i^2 \frac{\partial L(\theta)}{\partial \theta}. \quad (8)$$

Na rysunku 2a jest pokazany schemat jednego pasma silnika utworzony na podstawie równań (4÷6). Do wyznaczenia prawej strony równania (6) są użyte dwa bloki matematyczne. Otrzymana wartość po scałkowaniu w integratorze daje wielkość proporcjonalną do prądu pasma silnika i steruje źródłem prądowym  $G1$ . Na schemacie uwzględniono również elementy najprostszej wersji komutatora.



Rys. 2. Schemat obwodu jednego pasma silnika reluktancyjnego wraz z uproszczoną wersją komutatora (a), sposób wyznaczanie prędkości i drogi kątowej (b)  
Fig. 2. One SRM phase and simplified commutator scheme (a), speed and rotor position calculation

Na rysunku 2b pokazano sposób wyznaczania prędkości i drogi kątowej wirnika silnika. Obliczone dla każdego pasma na podstawie równania (8) składowe momentu elektromagnetycznego są sumowane w pierwszym bloku matematycznym. Następnie uwzględnia się, że moment obciążenia silnika jest proporcjonalny do prędkości (współczynnik b). Po scałkowaniu wielkości uzyskanej na wyjściu drugiego bloku matematycznego otrzymuje się prędkość  $\Omega$ . Ponowne całkowanie ze stałą  $Z_r$  daje elektryczną drogę kątową.

### 3. PODSTAWOWE BADANIA MASZYNY SRM

Na podstawie utworzonego w poprzednim rozdziale schematu maszyny SRM przeprowadzono podstawowe badania. Do obliczeń przyjęto następujące parametry:

współczynnik tarcia  $b = 1,5 \cdot 10^{-3}$  [sNm/rad],

moment bezwładności  $J = 0,8 \cdot 10^{-4}$  [kgm<sup>2</sup>],

rezystancja pasma  $R = 0,5$  [ $\Omega$ ],

indukcyjność pasma (aprosymowana funkcją)

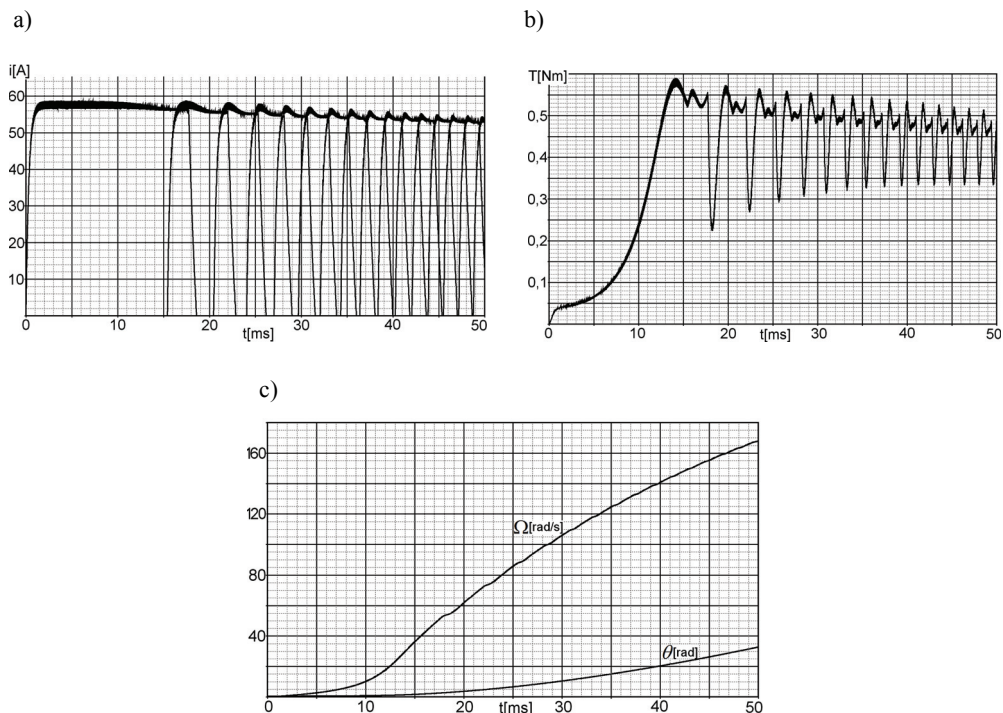
$$L = A_0 - A_1 \cdot \cos \theta + A_2 \cdot \cos(2 \cdot \theta) - A_3 \cdot \cos(3 \cdot \theta) + A_4 \cdot \cos(4 \cdot \theta) - \dots + A_8 \cdot \cos(8 \cdot \theta).$$

Silnik ma trzy pasma i osiem zębów wirnika ( $Z_r = 8$ ). Pasma silnika są zasilane z układu półmostka (dwa tranzystory i dwie diody) (rys. 2a). Napięcie zasilania wynosi 40 [V]. Współczynnik wypełnienia przebiegu PWM wynosi 80%.

#### 3.1. ROZRUCH SILNIKA

Założono zerowe warunki początkowe (prądy pasm i prędkość). Komutator realizuje sterowanie z położeniowym sprzężeniem zwrotnym. Kąt załączenia wynosi  $\square_{ON} = -0,3$  [rad] natomiast kąt wyłączenia  $\square_{OFF} = 2,6$  [rad].

Na rysunku 3 są pokazane przebiegi czasowe: prądów pasm (a), momentu elektromagnetycznego silnika (b) oraz prędkości i drogi kątowej (c), podczas początkowej fazy rozruchu maszyny SRM (50 ms).



Rys. 3. Przebiegi czasowe prądów pasm (a), momentu elektromagnetycznego (b), prędkości i drogi kątowej (c) podczas rozruchu

Fig. 3. The time dependent curves during motor start: phase current (a), electromagnetic torque (b), speed and rotor position angel (c)

### 3.2. HAMOWANIE

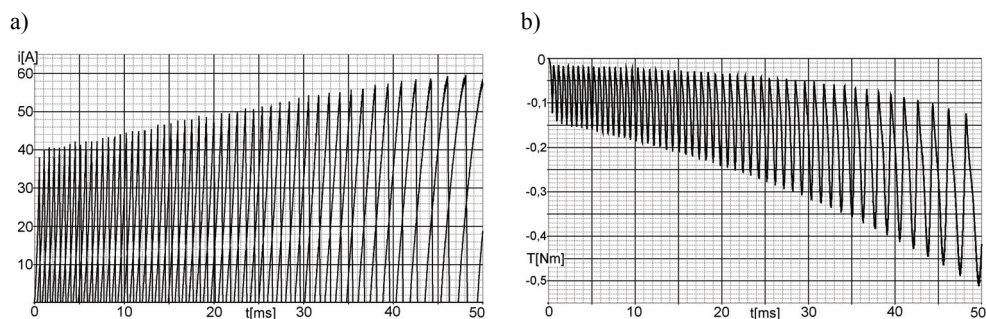
Przyjęto zerowe warunki początkowe dla prądów pasm, natomiast prędkość początkowa maszyny wynosi 500 [rad/s].

Kąt załączenia wynosi  $\alpha_{ON} = 2,8$  [rad] natomiast kąt wyłączenia  $\alpha_{OFF} = 5,7$  [rad].

Na rysunku 4 pokazano przebiegi czasowe prądów pasm (a) i momentu elektromagnetycznego maszyny (b), podczas początkowej fazy hamowania (50 ms).

Przedstawiono jedynie wyniki podstawowych badań napędu z maszyną SRM (rozruch i hamowanie). Model maszyny SRM jest niezwykle uniwersalny i pozwala na prowadzenie różnorodnych symulacji. Można badać wpływ różnych konfiguracji komutatora na pracę maszyny, oddziaływanie uszkodzeń elementów komutatora a nawet

błędy projektowe, na przykład niewystarczającą wydajność prądową stopni sterujących brankami tranzystorów MOSFET w mostku.



Rys. 4. Przebiegi czasowe prądów pasm (a), momentu elektromagnetycznego (b) podczas hamowania maszyny SRM

Fig. 4. The time dependent curves during motor break: phase current (a), electromagnetic torque (b)

#### 4. WNIOSKI

Zaproponowane rozwiązanie pozwala na uzależnienie wartości indukcyjności od innych wielkości. Jako przykład pokazano podstawowe badania maszyny SRM przy użyciu programu PSpice. W pokazanym przykładzie uwzględniono jedynie wpływ drogi kątowej na indukcyjności pasma silnika (indukcyjność jest uzależniona tylko od jednej wielkości). Jednak przedstawione rozwiązanie jest o wiele bardziej uniwersalne, po odpowiedniej rozbudowie pozwala również na uwzględnienie oddziaływania prądu na indukcyjność pasma.

W niniejszym artykule pokazano przykład zastosowania rozwiązania pozwalającego na modelowanie zmiennej indukcyjności do badania napędu z maszyną SRM. Należy podkreślić, że opracowana metoda może znaleźć zastosowanie w wielu innych przypadkach, w których występują indukcyjność o zmiennej wartości.

*Badania przeprowadzono z zastosowaniem aparatury zakupionej w wyniku realizacji Projektu nr POPW.01.03.00-18-012/09 „Rozbudowa infrastruktury naukowo-badawczej Politechniki Rzeszowskiej” współfinansowanego ze środków Unii Europejskiej w ramach Programu Operacyjnego Rozwój Polski Wschodniej 2007–2013, Priorytet I. Nowoczesna Gospodarka, Działanie 1.3 Wspieranie innowacji.*

#### LITERATURA

- [1] KRISHNAN R., *Switched reluctance motor drives*, CRC Press LLC, 2001.
- [2] GLESSELMANN M.G., *Dynamic modeling of switched reluctance machines with spice for Windows*, Energy Conversion Engineering Conference, IECEC 96, 1996.

- [3] POREBSKI J., KOROHODA P., *SPICE program analizy nieliniowych układów elektronicznych*, WNT, Warszawa 1996.
- [4] ICHINOKURA O., SUYAMA S., WATANABE T., GUO H. J., *A new calculation model of switched reluctance motor for use on spice*, IEEE TRANSACTION ON MAGNETICS, Vol. 37, No. 4, July 2001.

#### MODELING OF SWITCHED RELUCTANCE MOTOR WITH PSpice PROGRAMME

PSpice program is able to analyze chosen operations of electronic circuits. However the inductance available in the program's library has constant value. This fact makes it impossible to model the circuits which include inductances dependent on other physical quantities for example reluctance motors. The paper shows how with the help of PSpice program to test systems with variable inductances. The proposed method has been used for simulation SRM drive (switched reluctance motor and electronic commutator). The basic research results have been included in the paper.