

*maszyny elektryczne,  
naciąg magnetyczny promieniowy*

Mirosław DĄBROWSKI\*

## **POLSKIE OSIĄGNIĘCIA BADAWCZE NAD NACIĄGAMI MAGNETYCZNYMI W MASZYNACH ELEKTRYCZNYCH**

W pracy przedstawiono główne osiągnięcia badawcze w Polsce nad promieniowym naciągiem magnetycznym w maszynach elektrycznych o symetrii walcowej. Podano zaproponowane przez polskich badaczy analityczne metody obliczania naciągu magnetycznego, w tym sposoby uwzględniania sprężystych właściwości wirnika w maszynach o krótkim oraz o długim wirniku. Zwrócono uwagę na składowe naciągu magnetycznego w maszynach dwubiegunowych oraz na ich wzajemne sumowanie. Wskazano rozprawy doktorskie nad omawianymi zagadnieniami i przytoczono osiągnięcia zawarte w publikacjach czasopiśmienniczych. Podano zastosowanie skutków naciągu magnetycznego w badaniach diagnostycznych maszyn elektrycznych.

### **1. WPROWADZENIE**

#### **1.1. UWAGI WSTĘPNE**

Od ponad 120 lat w badaniach nad naciągiem magnetycznym w maszynach elektrycznych brało na świecie udział ponad 580 pracowników nauki, w tym tak wybitnych, jak np. H. Buchholz, F. Heller i H. Jordan, twórczych projektantów i konstruktorów maszyn elektrycznych, jak np. W. Kellenberger, Th. Lehmann, W. Schuisky i E. Swatosch, oraz ich eksploatorów, a ostatnio także diagnostyków. Liczba opublikowanych prac w literaturze światowej na temat naciągów magnetycznych przekroczyła 500 pozycji. Większość publikacji dotyczy jednokierunkowego naciągu promieniowego w maszynach o strukturze walcowej; znacznie mniej prac poświęcono naciągowi osiowemu w tych maszynach. W badaniach nad naciągami brali udział przedstawiciele nie tylko czołowych państw przemysłowych, ale także mniejszych krajów, np. Belgii, Finlandii, Izraela, Południowej Afryki. Na temat naciągów wykonano w uczelniach wyższych ponad 60 rozpraw doktorskich i dysertacji habilitacyjnych.

---

\* Instytut Elektrotechniki Przemysłowej, Politechnika Poznańska, ul. Piotrowo 3A, 60-965 Poznań.

nych. Znaczny udział w badaniach naciągów mają Polacy, którzy opublikowali ponad 70 prac z tej dziedziny, w tym 14 prac autora tego artykułu [82–95].

Tak duże zainteresowanie omawianym zjawiskiem wynika z jego ujemnego oddziaływania na właściwości maszyny elektrycznej, m.in. na jej drgania, poziom głośności, zwiększenie strat mocy, zwiększenie przyrostu temperatury jej elementów, zmniejszenie prędkości obrotowej krytycznej, występowanie wyższych harmonicznych prądu stojana i wirnika, nieregularny rozdział strat mocy na obwodzie rdzeni, na zmiany momentu obrotowego rozruchowego oraz w stanie obciążenia.

Przyczyny występowania i skutki naciągów magnetycznych rozpatrywano we wszystkich rodzajach maszyn elektrycznych. Najwięcej prac dotyczy jednak maszyn prądu przemiennego, a zwłaszcza silników, indukcyjnych – ponad 200.

W wyniku wieloletnich badań wykryto wpływ następujących czynników na wartość i zmienność w czasie sił naciągu magnetycznego:

- niesymetrycznego rozmieszczenia i deformacji elementów maszyny;
- struktury obwodu magnetycznego, zwłaszcza liczby żłobków stojana i wirnika, ich rozwarć oraz wzajemnego skosu;
- stopnia nasycenia oraz anizotropii materiałów obwodu magnetycznego;
- struktury uzwojeń, a zwłaszcza liczby gałęzi równoległych, sposobu ich rozmieszczenia oraz uszkodzeń;
- stopnia obciążenia, wyższych harmonicznych oraz asymetrii obciążenia maszyn wielofazowych;
- sprężystych własności fundamentowania, ułożyskowania i sprzężenia z urządzeniem współpracującym.

Wyniki badań wskazują na jeszcze niewyjaśnione oraz na niedostatecznie dokładnie ujęte zjawiska dotyczące m.in. wpływu sprężystych odkształceń wirnika i stojana na naciąg magnetyczny oraz na procesy związane z dynamicznymi stanami i drganiami maszyny.

Omawiana problematyka jest nadal żywa i stale ujawniają się nowe zagadnienia oczekujące na opracowanie.

W tej publikacji zwrócono uwagę na:

- wkład badaczy w Polsce.
- kierunki dalszych prac w tej dziedzinie.

## 1.2. WSPÓŁCZESNE PODSTAWY OBLICZANIA PROMIENIOWEGO NACIĄGU MAGNETYCZNEGO

Promieniowy naciąg magnetyczny występujący między stojanem a wirnikiem w maszynie elektrycznej może być obliczony na podstawie rozważań energetycznych, ze wzoru

$$\mathbf{F} = \frac{\partial W_m}{\partial e} \mathbf{1}_e \quad (1)$$

w którym:  $W_m$  – całkowita energia pola magnetycznego;  $e$  – przesunięcie mimośrodowe;  $\mathbf{1}_e$  – wektor jednostkowy w kierunku przesunięcia mimośrodowego.

Jako podstawę obliczenia siły lokalnego promieniowego naciągu magnetycznego na jednostkę powierzchni można także przyjąć powierzchniowe naprężenia Maxwella, w  $\text{N/m}^2$ :

$$\mathbf{p} = \frac{\mu_r - 1}{2\mu_0\mu_r} B^2 (\cos^2 \beta + \mu_r \sin^2 \beta) \mathbf{1}_n, \quad (2)$$

przy czym:  $\mu_r$  – przenikalność magnetyczna względna rdzenia;  $\mu_0$  – przenikalność magnetyczna środowiska w szczelinie;  $B$  – indukcja na powierzchni rdzenia w  $T$ ;  $\beta$  – kąt między wektorem indukcji a wektorem normalnej zewnętrznej do powierzchni;  $\mathbf{1}_n$  – wektor jednostkowy normalnej do powierzchni rdzenia.

Jeśli stopień nasycenia rdzenia mieści się w zakresie praktycznie występującym w maszynach elektrycznych, to przenikalność względna  $\mu_r \gg 1$ , a pole magnetyczne na powierzchniach rdzenia stojana i wirnika ma tylko składową normalną, tzn., że kąt  $\beta = 0$ . Zależność (2) upraszcza się wówczas do postaci:

$$\mathbf{p} = \frac{B_n^2}{2\mu_0} \mathbf{1}_n = \frac{B_n^2}{8\pi} 10^7 \mathbf{1}_n. \quad (3)$$

Siła promieniowa, działająca na element  $dS$  przyszczelinowej powierzchni rdzenia wirnika lub stojana, (rys. 1),

$$dS = l_r \frac{d}{2} d\alpha, \quad (4)$$

wyraża się wzorem:

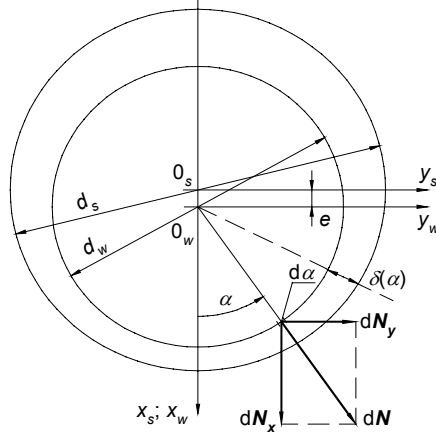
$$dN(\alpha) = \frac{1}{4\mu_0} l_r dB^2(\alpha) d\alpha \mathbf{1}_r, \quad (5)$$

w którym:  $l_r$  – długość rdzenia w m;  $d$  – średnica powierzchni walcowej w m;  $B(\alpha)$  – rozkład składowej normalnej indukcji na powierzchni rdzenia w  $T$ ;  $\alpha$  – współrzędna kątowa elementu powierzchni;  $\mathbf{1}_r$  – wektor jednostkowy w kierunku promienia.

Zespół sił  $dN(\alpha)$  może zdeformować wirnik oraz stojan, a także – jeśli wypadkowa tych sił jest różna od zera – przesunąć oś wirnika względem osi stojana. Zarówno deformacja, jak i przesunięcie tych elementów, mają wpływ na rozkład indukcji pola magnetycznego  $B(\alpha)$ , a więc na wartość naprężeń magnetycznych.

W maszynie bez gałęzi równoległych w uzwojeniach, mimośrodowe przesunięcie wirnika nie wpływa na rozkład prądów, a więc – na rozkład przepływu  $\Theta(\alpha)$ , który pozostaje taki sam jak w maszynie o szczelinie  $\delta$  równomiernej na całym obwodzie.

Jeśli wirnik lub jego pierścieniowy element składowy jest przesunięty mimośrodowo, to szczelina zmienia się w zależności od współrzędnej kątowej  $\alpha$  wg wzoru wynikającego z zależności geometrycznych – rys. 1:



Rys. 1. Mimośrodowe położenie wirnika z oznaczonymi osiami układów współrzędnych i składowymi  $N_x$  oraz  $N_y$  promieniowego naciągu magnetycznego

Fig. 1. Eccentric position of cylindrical rotor with coordinate axis and component  $dN_x$  and  $dN_y$  of the radial magnetic pull

$$\delta(\alpha) = \frac{d_s}{2} - e \cos \alpha - \sqrt{\left(\frac{d_s}{2} - \delta_0\right)^2 - e^2 \sin^2 \alpha} \quad (6)$$

w którym:  $e$  – mimośrodowe przesunięcie;  $\delta_0$  – średnia szczelina między stojanem a wirnikiem.

Ponieważ składnik z pierwiastkiem we wzorze (6) jest praktycznie równy promieniowi wirnika, to wzór można uprościć do postaci:

$$\delta(\alpha) \approx \delta_0 - e \cos \alpha = \delta_0 (1 - \varepsilon \cos \alpha), \quad (6a)$$

w której względne przesunięcie mimośrodowe

$$\varepsilon = \frac{e}{\delta_0}. \quad (7)$$

Przyjmując początek walcowego układu współrzędnych na płaszczyźnie przechodzącej przez oś symetrii stojana i tworzącej kąt  $\alpha_0$  z płaszczyzną, w której leży wektor  $e$ , otrzymuje się składową elementarnej siły naciągu magnetycznego w kierunku mimośrodowego przesunięcia rdzeni:

$$dN_e(\alpha) = \frac{1}{4\mu_0} l_r dB^2(\alpha) \cos(\alpha - \alpha_0) d\alpha \mathbf{1}_e \quad (8)$$

Zatem wypadkowy jednokierunkowy naciąg magnetyczny w kierunku przesunięcia mimośrodowego  $e$  wyraża się funkcją:

$$N_m = \frac{l_r d}{4\mu_0} \int_0^{2\pi} B^2(\alpha) \cos(\alpha - \alpha_0) d\alpha \mathbf{1}_e \quad (9)$$

Podstawą do dalszych rozważań jest analityczny opis rozkładu promieniowej składowej pola magnetycznego  $B(\alpha)$  w szczelinie maszyny elektrycznej. Sposób, w jaki autorzy uwzględniają wpływ żłobkowania rdzeni stojana i wirnika, odkształcenia rdzeni od powierzchni walcowych, napięcia magnetyczne w elementach rdzeni – tj. stopień nasycenia, sposób wykonania i rozmieszczenia gałęzi równoległych w uzwojeniach, oraz stopień i charakter obciążenia maszyny na rozkład pola różni poszczególne ujęcia obliczania naciągów magnetycznych.

Można wykazać, że rozkład indukcji w szczelinie wyraża się wzorem [3; 7]:

$$B(\alpha) = \frac{\mu_0 \Theta_m \cos(\alpha - \omega t)}{\delta k_C 1 - \varepsilon \cos \alpha} = B_m \frac{\cos(\alpha - \omega t)}{1 - \varepsilon \cos \alpha}, \quad (10)$$

w którym:  $\Theta(\alpha)$  – rozkład przepływu (całkowitej siły magnetomotorycznej) wzdłuż obwodu rdzenia;  $k_C$  – współczynnik Cartera;  $B_m$  – indukcja maksymalna w maszynie o równomiernej szczelinie;  $\alpha$  – kąt położenia wirnika względem osi mimośrodowości;  $\omega$  – pulsacja napięcia;  $t$  – czas.

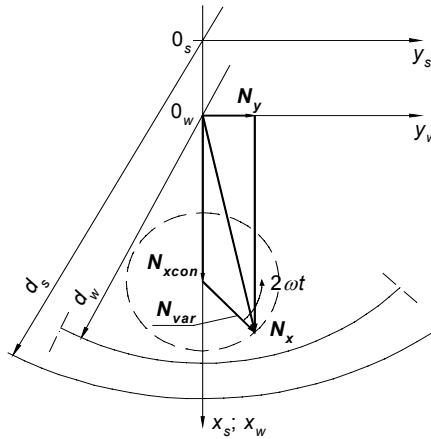
Po podstawieniu zależności (10) do funkcji (9) i scałkowaniu w przedziale kąta  $\alpha$  od 0 do  $2\pi$ : otrzymuje się wzór na naciąg magnetyczny niezależny od czasu działający w kierunku przesunięcia mimośrodowego zgodnego z kierunkiem grawitacji, jak na rys. 1.

$$N_{\text{const}} = \frac{B_m^2}{4\mu_0} \pi \varepsilon l_r d. \quad (11)$$

Natomiast amplituda składowej okresowej naciągu zmieniającej się w maszynach dwubiegunowych z podwójną częstotliwością jest równa

$$N_{\text{vari}} = \frac{B_m^2}{8\mu_0} \pi \varepsilon l_{ri} d. \quad (12)$$

Na rysunku 2 przedstawiono położenia składowych sił naciągu magnetycznego przy mimośrodowym przesunięciu wirnika względem stojana, jak na rysunku 1.



Rys. 2 Składowe naciągu magnetycznego w maszynie dwubiegunowej  
Fig. 2. Components of radial magnetic pull in two pole machine

Siła promieniowego naciągu magnetycznego zależy także od sprężystych właściwości maszyny elektrycznej, zwłaszcza od jej wirnika. W maszynach o krótkim rdzeniu wirnika w porównaniu z odległością między płaszczyznami łożysk w przybliżonych rozważaniach pomija się rzeczywistą linię ugięcia osi wirnika, przyjmując, że na całej długości rdzenia ugięcie jest jednakowe. Siła promieniowego naciągu magnetycznego zależy od całkowitego przesunięcia osi rdzenia wirnika względem osi rdzenia stojana.

$$e = e_m + f_G + f_F + f_N \quad (13)$$

przy czym:  $e_m$  – montażowe przesunięcie mimośrodowe wirnika względem stojana,  $f_G$  – ugięcie osi wirnika spowodowane przez siłę grawitacyjną,  $f_F$  – ugięcie osi wirnika spowodowane przez siłę działającą na czop końcowy wału,  $f_N$  – ugięcie wirnika spowodowane naciągiem magnetycznym.

Trudność w obliczaniu siły naciągu magnetycznego polega na tym, że zależy ona także od ugięcia  $f_N$ , nieznanego na wstępie obliczeń. W zakresie odkształceń sprężystych całkowite ugięcie osi wirnika:

$$f_c = f_G + f_F + f_N \quad (14)$$

jest proporcjonalne do pomocniczej siły zastępczej działającej w płaszczyźnie naciągu magnetycznego:

$$F_z = K f_c, \quad (15)$$

przy czym  $K$  – współczynnik sztywności wirnika zależny od jego wymiarów, modułów sprężystości podłużnej materiałów oraz od rozmieszczenia działających sił.

W maszynie bez naciągu magnetycznego występuje mimośrodowe przesunięcie wirnika względem stojana:

$$e_0 = e_m + f_G + f_F . \quad (16)$$

Początkowa wartość naciągu magnetycznego jest równa:

$$N_{m0} = Ce_0 \quad (17)$$

przy czym jednostkowy naciąg magnetyczny

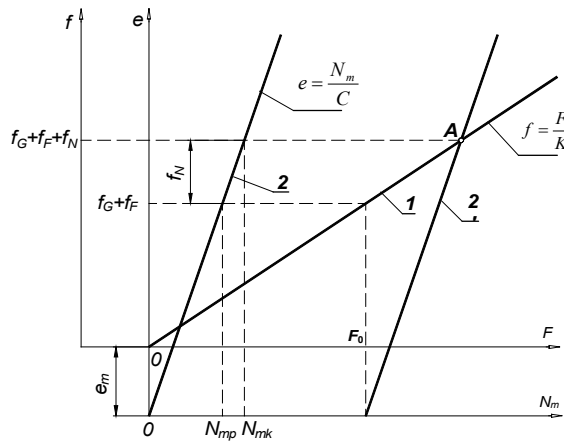
$$C = \frac{\pi L_r D}{4\mu_0 \delta} B_m^2 \quad (18)$$

Pod wpływem naciągu początkowego  $N_{m0}$  zwiększy się ugięcie wału, co spowoduje dalsze zwiększenie naciągu, aż osiągnie on wartość końcową  $N_{mk}$  – rys. 3.

W stanie równowagi są spełnione równania:

$$f_c = \frac{K(f_G + f_F) + N_{mk}}{K} \quad (19)$$

$$e = e_m + f_c + f_N = \frac{N_{mk}}{C} \quad (20)$$



Rys. 3. Strzałka ugięcia wału  $f_G + f_F + f_N$  oraz maksymalne przesunięcie całkowite  $e$  wyznaczone graficznie z uwzględnieniem naciągu magnetycznego

Fig. 3. Shaft deflection  $f_G + f_F + f_N$  and maximal total deflect  $e$  determined graphically with respect of radial magnetic pull

Z równań (19 i (20) wynika, że:

– naciąg magnetyczny z uwzględnieniem sprężystych właściwości wirnika

$$N_{mk} = \frac{CK}{K-C}(e_m + f_G + f_F) \quad (21)$$

– ugięcie wirnika pod wpływem naciągu magnetycznego

$$f_N = \frac{C}{K-C}(e_m + f_G + f_F) \quad (22)$$

– całkowite ugięcie wirnika

$$f_c = \frac{K}{K-C}(f_G + f_F) + \frac{C}{K-C}e_m \quad (23)$$

– całkowite mimośrodowe przesunięcie wirnika

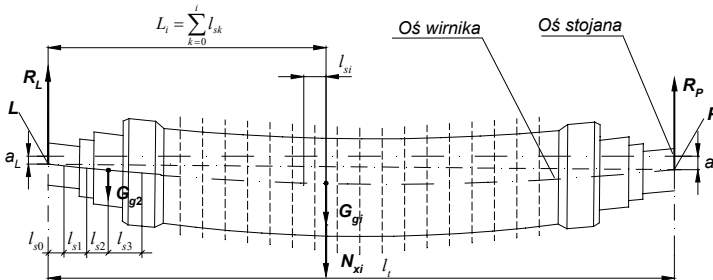
$$e = \frac{K}{K-C}(e_m + f_G + f_F). \quad (24)$$

Wyrażone wzorami (21)–(24) wielkości dotyczą stanów statycznych, tj. powolnego narastania siły naciągu magnetycznego od zera do wartości końcowej. W stanach dynamicznych naciąg magnetyczny o wartości początkowej  $N_{m0}$  pojawia się w sposób nagły (udarowy) i spowodowane odkształcenia mogą być nawet dwukrotnie większe. Udarowe ugięcie można obliczyć na podstawie bilansu energii potencjalnej odkształconego wału ze wzoru

$$e_u = e_m + f_k = \frac{K+C}{K-C}(e_m + f_g + f_F), \quad (25)$$

wyprowadzonego w pracy [3].

Znacznie trudniej jest uwzględnić wpływ sprężystych właściwości wirnika na naciąg magnetyczny w maszynach o długim wirniku, jak n. p. w turbogeneratorach. Zagadnienie to zostało rozwiązane przez dyskretyzację wirnika za pomocą zbioru cienkich tarcz – rys. 4 – oraz zastosowanie numerycznej procedury iteracyjnej [7, 12]



Rys. 4. Wirnik podzielony na elementy tarczowe  
Fig. 4. Rotor divided into disc elements



Opracowane oprogramowanie umożliwiło analizę szeregu zjawisk w dużej maszynie dwubiegunowej, jak n. p. wpływu sprężystych właściwości łożysk na naciąg magnetyczny, badanie naciągu i deformacji wirnika przy jego dowolnym położeniu – także uniesionym [5, 7–10].

## 2. OSIĄGNIĘCIA BADAWCZE

### 2.1. OSIĄGNIĘCIA PRZEDSTAWIONE W ROZPRAWACH DOKTORSKICH

Polski dorobek badawczy w dziedzinie naciągu magnetycznego dotyczy tylko naciągów promieniowych w maszynach o strukturze walcowej. Jest on zawarty przede wszystkim w sześciu rozprawach doktorskich. Najwięcej rozpraw z tej problematyki zostało przedstawionych w Politechnice Wrocławskiej, w tym w pierwszej, opracowanej przez A. Kostowskiego z 1967 roku [32] oraz W. Morzucha z roku 1980 [38]. Zaslugą Kostowskiego jest dążenie do dokładnego wyznaczenia indukcji maksymalnej w szczelinie z uwzględnieniem napięć magnetycznych w rdzeniu oraz opracowanie oryginalnych metod pomiarowych naciągu. Wyniki swoich dociekań przedstawił on także w artykułach [34–37]. Natomiast Morzuch pierwszy w Polsce zajął się analizą magnetycznego naciągu promieniowego w silniku indukcyjnym z mimośrodowością dynamiczną. Pogłębione wyniki analizy przedstawił on w późniejszych publikacjach czasopiśmienniczych [40, 41].

W Instytucie Elektrotechniki w Warszawie obronił w 1971 roku rozprawę doktorską J. Kokotkiewicz – ówczesny dyrektor Ośrodka Badawczo-Rozwojowego Maszyn Elektrycznych w Katowicach. Na podstawie doświadczeń przemysłowych przedstawił on skutki mimośrodowości wirnika na właściwości silników indukcyjnych o wirniku klatkowym [31].

W 1977 roku ukazały się dwie rozprawy z omawianej dziedziny: W. Pietrzyka z Politechniki Szczecińskiej oraz A. Poznańskiego z Politechniki Łódzkiej. W pracy Pietrzyka szczególnie cenne są rozważania numeryczne nad rozkładem pola magnetycznego między stojanem a mimośrodowo położonym wirnikiem silnika indukcyjnego. Bardziej wnikliwe rozważania przedstawił on trzy lata później w obszernym artykule opublikowanym w Rozprawach Elektrotechnicznych PAN [45] oraz w 1981 roku podał oryginalny sposób uwzględnienia stopnia nasycenia obwodu magnetycznego na siłę naciągu magnetycznego. Natomiast Poznański badał wpływ uszkodzeń klatki wirnika na siły pochodzenia magnetycznego i na zjawiska akustyczne w silniku indukcyjnym.

G. Frydrychowiucz-Jastrzębska przedstawiła w 1989 roku w Politechnice Poznańskiej rozprawę, w której analitycznie i doświadczalnie rozpatrywała drgania i szumy pochodzenia magnetycznego w silnikach indukcyjnych jednofazowych [22]. Przez ponad 10 lat po rozprawie zajmowała się siłami naciągów magnetycznych i szumami

tych silników, publikując w krajowych i zagranicznych czasopismach kilkanaście artykułów [19; 21–28]. Między innymi rozpatrywała wpływ uzwojenia pomocniczego na ograniczenie promieniowego naciągu magnetycznego w tych silnikach.

## 2.2. OSIĄGNIĘCIA PRZEDSTAWIONE W PUBLIKACJACH CZASOPISMIENNICZYCH

W polskiej literaturze ukazało się ponad 70 publikacji na temat promieniowych naciągów magnetycznych. W załączonym do tej pracy spisie literatury zamieszczono niemal wszystkie. Oprócz podanych w poprzednich podrozdziałach, oryginalne ujęcia zawarte są między innymi w następujących pracach.

– M. Dąbrowskiego na temat promieniowego naciągu w maszynach indukcyjnych dwutornikowych [2].

– P. Dybrowskiego o detekcji niesymetrycznego położenia wirnika i wyznaczeniu naciągu magnetycznego [15; 16].

– A. Dzierzanowskiego i współpracowników o modelowaniu niesymetrycznego silnika indukcyjnego [17; 18].

– B. Narolski rozpatrywał szумы silnika indukcyjnego z uwzględnieniem naciągu magnetycznego [42]. W tej publikacji z 1965 po raz pierwszy w Polsce zajęto się skutkami naciągu magnetycznego.

– J. Rusek przedstawił pogłębione rozważania na wpływ zwarć w uzwojeniu stojana na naciąg magnetyczny oraz na wpływ naciągu na spektra prądu w stojanie. Prace te wiązały się z badaniami ich autora nad diagnostyką maszyn indukcyjnych [51–53].

– J. Skwarczyński w obszernej pracy z 1992 roku rozpatrywał rzadko ujmowane zagadnienie skutków mimośrodowości wirnika w jawnobiegunowej maszynie synchronicznej [56].

– J.T. Sobczyk ze współpracownikami, pracując nad diagnostyką maszyn indukcyjnych, zajmował się ich modelowaniem z uwzględnieniem mimośrodowości wirnika [57–59; 63].

– E. Świątkowski badał wpływ mimośrodowości wirnika na właściwości użytkowe silników indukcyjnych małej mocy [61; 62].

– A. Witkowski podał oryginalną metodę wyznaczania rozkładu promieniowego naciągu magnetycznego w silniku indukcyjnym [66].

## 3. ZAGADNIENIA PRZYSZŁOŚCIOWE

Rozwój maszyn elektrycznych sprawia, że problematyka związana z występującymi w nich magnetycznymi naciągami się rozszerza i komplikuje. Mimo już zapoczątkowanych badań nad wpływem sprężystych właściwości elementów maszyny na naciągi magnetyczne potrzebna jest analiza wpływu sprężystych ugięć stojana na te

zjawiska. Zagadnienie to jest szczególnie złożone, gdyż ugięcia stojana występują pod wpływem wielu zjawisk, w tym pod wpływem obciążenia.

Do przyszłościowych kierunków badań należą także zjawiska w maszynach:

- o znamionowej prędkości obrotowej większej od prędkości krytycznej pierwszej a nawet drugiej, występujące podczas ich rozruchu i wybiegu;
- o dynamicznej mimośrodowości i dowolnie skośnym położeniu wirnika;
- magnetoelektrycznych o wysokoenergetycznych magnesach trwałych;
- o uzwojeniach przełączalnych bezkomutatorowych, w których szczególne znaczenie mają drgania torsyjne pod wpływem sił magnetycznych;
- o niesymetrycznym rdzeniu stojana, jak np. w nowoczesnych trakcyjnych silnikach indukcyjnych;
- o strukturze tarczowej o niezerównoważonych naciągach osiowych;
- dwu- oraz wielotwornikowych o wszystkich twornikach między łożyskami, a także z twornikami między i poza łożyskami;
- synchronicznych wolnobieżnych, zwłaszcza w hydroprądnicach dużej mocy.

Nadal niedostatecznie poznane są siły promieniowego naciągu magnetycznego w dużych turboprądnicach przenoszone na elementy zawieszenia rdzenia stojana w kadłubie. Szerokie pole badawcze istnieje dla analitycznego ujęcia naciągów magnetycznych maszyn w stanach nieustalonych i obciążeniach niesymetrycznych.

Oddzielnym zagadnieniem są badania nad wykorzystaniem skutków naciągów magnetycznych w diagnostyce i monitorowaniu stanu pracy maszyn elektrycznych dużej mocy. Wiąże się z tym zagadnieniem opracowanie nowych metod pomiaru naciągów magnetycznych.

#### 4. PODSUMOWANIE

W pracy przedstawiono główne osiągnięcia badawcze w Polsce nad promieniowym naciągiem magnetycznym w maszynach o symetrii osiowej. Podano zaproponowane przez polskich badaczy analityczne metody obliczania naciągu magnetycznego, w tym sposoby uwzględniania sprężystych właściwości wirnika. Wskazano rozprawy doktorskie nad omawianymi zagadnieniami i przytoczono osiągnięcia zawarte w publikacjach czasopiśmienniczych.

#### LITERATURA

- [1] DĄBROWSKI M., *Dynamiczny promieniowy naciąg magnetyczny w maszynach elektrycznych*, Materiały Konferencji Synteza Teorii Elektromechanicznego Przetwarzania Energii, AGH, Kraków 1971, 85–100.
- [2] DĄBROWSKI M., *Promieniowy naciąg magnetyczny w maszynach indukcyjnych dwutwornikowych*, XXX Sympozjum Maszyn Elektrycznych, Warszawa–Kazimierz Dolny 1994, 76–80.

- [3] DĄBROWSKI M., *Wpływ sprężystych elementów maszyny elektrycznej na naciąg magnetyczny*, Zeszyty Naukowe Politechniki Poznańskiej Elektryka, Nr 47, 2000, 13–24.
- [4] DĄBROWSKI M., *Aktualne zagadnienia analizy promieniowego naciągu magnetycznego w maszynach elektrycznych*, Przegląd Elektrotechniczny, 2002, nr 3, 73–79.
- [5] DĄBROWSKI M., *Promieniowe naciągi magnetyczne w turbogeneratorach*, Proc. of 39th Int. Symposium on Electrical Machines, Gdańsk 2003, 1–5.
- [6] DĄBROWSKI M., *Promieniowy naciąg magnetyczny w turbogeneratorach*, Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej nr 214, Elektryka, z. 26, 2004, 61–70.
- [7] DĄBROWSKI M., *Oddziaływanie magnetyczne w turbogeneratorach*, [w:] praca zbiorowa, *Modelowanie i diagnostyka oddziaływań mechanicznych, aerodynamicznych i magnetycznych w turbogeneratorach*, PAN, Wydawnictwo Instytutu Maszyn Przepływowych PAN, Gdańsk 2005, Rozdział 7, *Oddziaływanie magnetyczne w turbogeneratorach*, 223–252.
- [8] DĄBROWSKI M., *Wpływ sprężystych ugięć wirnika na promieniowe naciągi magnetyczne w turbogeneratorach*, Proc. of XLI Symposium on Electrical Machines, Jarmułówka 2005, 468–476.
- [9] DĄBROWSKI M., *Wpływ sprężystych ugięć dowolnie położonego wirnika turbogeneratora na promieniowy naciąg magnetyczny*, Przegląd Elektrotechniczny, 2005, nr 10, 99–105.
- [10] DĄBROWSKI M., *Promieniowy naciąg magnetyczny w turbogeneratorze z uniesionym wirnikiem*, Przegląd Elektrotechniczny, 2008, nr 12, 32–34.
- [11] DĄBROWSKI M., RUDENSKI A., *Program „MAC MAG” obliczeń promieniowego naciągu magnetycznego w turbogeneratorach*, Proc. of 39th Int. Symposium on Electrical Machines, Gdańsk 2003, 1–4.
- [12] DĄBROWSKI M., RUDENSKI A., *Modele matematyczne oraz program obliczeń sił promieniowego naciągu magnetycznego*, [w:] praca zbiorowa, *Modelowanie i diagnostyka oddziaływań mechanicznych, aerodynamicznych i magnetycznych w turbogeneratorach*, PAN, Wydawnictwo Instytutu Maszyn Przepływowych PAN, Gdańsk 2005, Rozdział 19, 917–940.
- [13] DŁUGOSZ A., KOSTOWSKI A., *Uproszczony układ zastępczy do wyznaczania pola magnetycznego w szczelinie przymownikowej maszyny asynchronicznej*, Prace Naukowe Instytutu Układów Elektromaszynowych Politechniki Wrocławskiej Nr 21, 1976, 45–59.
- [14] DUDZIKOWSKI I., KARWACKI W., KOSTOWSKI A., *Metoda kontroli ustawiania wirnika w otworze stojana maszyny elektrycznej*, Przegląd Elektrotechniczny, 1978, 109–111.
- [15] DYBOWSKI P., *Pośrednie wyznaczenie naciągu magnetycznego w silnikach indukcyjnych z asymetrią wirnika*, III Sympozjum BOBRME Problemy eksploatacji maszyn i napędów elektrycznych, Ustroń–Jaszowiec 1994,
- [16] DYBOWSKI P., *Możliwości detekcji niesymetrycznego położenia wirnika w widmie prądów stojana silnika indukcyjnego klatkowego*, Zeszyty Problem-owe KOMEL, Maszyny Elektryczne, 2006, nr 75, 153–158.
- [17] DZIERŻANOWSKI A., HICKIEWICZ J., NEYMAN P., *Modelowanie matematyczne silnika indukcyjnego o niesymetrycznej budowie uzwojeń stojana*, Prace VII Sympozjum Metody Matematyczne w Elektrotechnice, Otmuchów, 1978, 362–377.
- [18] DZIERŻANOWSKI A., HICKIEWICZ J., NEYMAN P., WACH P., *Zastosowanie modelu matematycznego silnika indukcyjnego do oceny występujących w silniku sił wewnętrznych*, Zeszyty Naukowe AGH Elektryfikacja i Mechanizacja Górnictwa i Hutnictwa, z. 105, 1978, 125–135.
- [19] FRYDRYCHOWICZ-JASTRZĘBSKA G., *Siły promieniowego naciągu magnetycznego w silnikach indukcyjnych jednofazowych z fazą pomocniczą*, Przegląd Elektrotechniczny, 1988, nr 8, 236–239.
- [20] FRYDRYCHOWICZ-JASTRZĘBSKA G., *Rodzaje deformacji jarzma stojana w silnikach indukcyjnych jednofazowych w warunkach asymetrii pola i mimośrodowości*, Rozprawy Elektrotechniczne, 1988, nr 4, 1257–1267.

- [21] FRYDRYCHOWICZ-JASTRZĘBSKA G., *Vplyv niesymetrie pola ve zduchovej mdzere a excentricity na jednostranny tah v jednofazových elektromotorach*, Elrkrotechnicky Časopis, 1988, Nr 8, 592–601.
- [22] FRYDRYCHOWICZ-JASTRZĘBSKA G., *Drgania i szумы pochodzenia magnetycznego jednofazowych silników indukcyjnych*, rozprawa doktorska, 1989, Politechnika Poznańska.
- [23] FRYDRYCHOWICZ-JASTRZĘBSKA G., *Znaczenie fazy pomocniczej dla ograniczenia sił promieniowych w silniku indukcyjnym jednofazowym*, Przegląd Elektrotechniczny, 1990, nr 6, 106–108.
- [24] FRYDRYCHOWICZ-JASTRZĘBSKA G., *Schwingungs- und Geräuschprobleme In Einphaseninduktionsmotoren*, Wissenschaftliche Zeitschrift Technische Hochschule Ilmenau Jahrgang 36, 1990, nr 4, 139–145.
- [25] FRYDRYCHOWICZ-JASTRZĘBSKA G., *Siły promieniowe i stycznice w silniku indukcyjnym jednofazowym*, Przegląd Elektrotechniczny, 1991, nr 4, 223–224.
- [26] FRYDRYCHOWICZ-JASTRZĘBSKA G., *Wpływ skosu żłobków na ograniczenie poziomu dźwięku w silnikach jednofazowych*, Przegląd Elektrotechniczny, Tom LXVIII 1992, nr 1, 11–14.
- [27] FRYDRYCHOWICZ-JASTRZĘBSKA G., *Zur Dimensionierung des Einphaseninduktionsmotors mit vermindertem Schwingungs- und Schallpegel*, 40. Internationales Wissenschaftliches Kolloquium Technische Universität Ilmenau, 1995, Band 4, 624–629.
- [28] FRYDRYCHOWICZ-JASTRZĘBSKA G., *Dynamiczny naciąg magnetyczny i składniki zmienne ugięcia wału*, Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej, Nr 50, Studia i Materiały Nr 22, 2000, 207–214.
- [29] GLINKA T., JAKUBIEC M., LACHOWICZ K. i inni, *Badanie sił naciągu magnetycznego w silnikach indukcyjnych*, Zeszyty Naukowe AGH, Elektrotechnika z. 12, 1988, 229–245.
- [30] ISKIERKA S., *Analiza rozkładu prądów wirowych, siły lewitacji i strat mocy włożysku indukcyjnym metodą elementów skończonych*, Archiwum Elektrotechniki, 1984, z. 1/2, 107–114.
- [31] KOKOTKIEWICZ J., *Wpływ mimośrodowości wirnika na niektóre własności klatkowego silnika indukcyjnego*, rozprawa doktorska, Instytut Elektrotechniki w Warszawie, 1971.
- [32] KOSTOWSKI A., *Analiza zjawisk promieniowego naciągu magnetycznego w maszynach asynchronicznych dwubiegunowych*, rozprawa doktorska, Instytut Układów Elektromaszynowych Politechniki Wrocławskiej, 1967.
- [33] KOSTOWSKI A., SUSEŁ M., *Laboratoryjny układ do pomiaru wartości promieniowej siły naciągu magnetycznego*, Zeszyty Naukowe Politechniki Wrocławskiej, nr 193, Elektryka, XXXIV, 1968, 31–42.
- [34] KOSTOWSKI A., *Rozkład pola magnetycznego w szczelinie przytwornikowej maszyny elektrycznej o niesymetrycznym obwodzie magnetycznym*, Prace Naukowe Instytutu Układów Elektromaszynowych Politechniki Wrocławskiej, nr 5, 1970, 63–80.
- [35] KOSTOWSKI A., OBODZIŃSKI M., *Obliczanie sił naciągu magnetycznego w maszynach asynchronicznych*, Przegląd Elektrotechniczny, 1982, 23–25.
- [36] KOSTOWSKI A., OBODZIŃSKI M., SUSEŁ M., *Stanowisko do badań dynamicznych momentu, siły promieniowego naciągu magnetycznego, ugięcia wirnika w maszynach asynchronicznych z dowolnie niecentrycznie usytuowanym wirnikiem*, Zeszyty Naukowe Politechniki Łódzkiej, Elektryka, 1983, z. 74, 255–264.
- [37] KOSTOWSKI A., OBODZIŃSKI M., SUSEŁ M., *A measuring position and results of preliminary studies of the magnetic pull forces, rotor deflection and torque in asynchronous machines with eccentrically situated rotors*, Modeling, Simulation and Control, AMSE Press, 1984, Vol. 5, nr 2, 49–64.
- [38] MORZUCH W., *Analiza dynamiczna wirników silników asynchronicznych klatkowych*, praca doktorska, Instytut Materiałoznawstwa i Mechaniki Technicznej Politechniki Wrocławskiej, 1980.

- [39] MORZUCH W., *Stateczność dynamiczna wirników dwubiegunowych silników asynchronicznych*, Archiwum Elektrotechniki, 1985, Tom XXXII, zeszyt 3/4, 125.
- [40] MORZUCH W., *Dynamika wirników klatkowych silników asynchronicznych*, Rozprawy Elektrotechniczne, 1985, z. 1, 69–82.
- [41] MORZUCH W., *Influence of magnetic field and axial compression on the dynamic stability of asynchronous motors rotors*, Archiwum Budowy Maszyn, 1994, Vol. XLI, z. 2, 103–115.
- [42] NAROLSKI B., *Beiträge zur Berechnung des magnetischen Geräusches von Asynchronmotoren*, Acta technica ČSAV, 1965, 156–171.
- [43] OWCZARSKA M., *Zapobieganie drganiom elektrycznym malej częstotliwości w silnikach pierścieniowych*, Prace Instytutu Elektrotechniki, Z. 85, 1974, 97–110.
- [44] PIETRZYK W., *Pole elektromagnetyczne w szczelinie silnika asynchronicznego z uwzględnieniem mimośrodowości stojana i wirnika*, praca doktorska, Politechnika Szczecińska, 1977.
- [45] PIETRZYK W., *Analiza sił promieniowych w maszynach asynchronicznych z ekscentrycznością statyczną*, Rozprawy Elektrotechniczne, 1980, z. 4, 929–945.
- [46] PIETRZYK W., *Siły naciągu magnetycznego w maszynach asynchronicznych o nasyconym obwodzie magnetycznym*, Archiwum Elektrotechniki, 1981, z. 2, 377–388.
- [47] PIETRZYK W., Baryła I., *Siły elektromagnetyczne w silniku o wirniku toczącym się*, Przegląd Elektrotechniczny, 1979, 65–66.
- [48] POZNAŃSKI A., *Wpływ przerwy pręta uzwojenia klatkowego wirnika na siły promieniowe i hałas 3-fazowego silnika asynchronicznego*, rozprawa doktorska, Politechnika Łódzka, 1977, s. 154+39 załączniki.
- [49] PURCZYŃSKI J., KOSZYCKI L., *Wyznaczenie siły lewitacji kuli żyroskopowej w żyroskopiasie okrętowej metoda potencjału wektorowego*, Rozprawy Elektrotechniczne, 1987, T. 33, z. 1, 269–279.
- [50] RAMS W., RUSEK J., SKWARCZYŃSKI J., *Inspections of the Radial Magnetic Pull In Induction Machines*, Proc. of the XXX Symp. on Electrical Machines, Kazimierz Dolny 1994, 395–401.
- [51] RUSEK J., *Unbalanced magnetic pull due to shorting in induction machine stator winding*, Zeszyty Naukowe AGH, Elektrotechnika, 1995, T. 14, z. 1, 21–29.
- [52] RUSEK J., *Reflection of eccentricities in special composition of currents of induction machines*, Proc. of Inter. Conf. on Electrical Machines, Vigo 1996, Part II, 470–475.
- [53] RUSEK J., *Intereharmoniczne generowane przez maszynę indukcyjną ze statyczną lub dynamiczną ekscentrycznością*, Zeszyty Problemowe Komel, Maszyny Elektryczne, 2009, nr 83, 129–134.
- [54] SIKORA R., GAWRYLCZAK K.M., LIPIŃSKI W., *Wpływ niewspółosiowego położenia wirnika silnika asynchronicznego na rozkład pola elektromagnetycznego*, Archiwum Elektrotechniki, 1976, T. XXV, 523–531.
- [55] SIKORA R., ADAMIAK K., LIPIŃSKI W., *Magnetyczne łożyskowanie wirujących ciał*, Archiwum Elektrotechniki, 1976, T. XXV, 1053–1060.
- [56] SKWARCZYŃSKI J., *Niewspółosiowość wirnika i stojana w jawnobiegunowej maszynie synchronicznej*, Kwartalnik Elektrotechnika, t. 11, z. 2, Wydawnictwo AGH w Krakowie, 1992, 173–201.
- [57] SOBCZYK T.J., DROZDOWSKI P., *Inductances of electrical machines with nonuniform air-gap*, Archiv für Elektrotechnik, 1993, Bd. 76. 213–218.
- [58] SOBCZYK J.T., WEINREB K., *Synthesis of mathematical models of induction machines with nonuniform air-gap*, Proc. of Int. Conf., ICEM, Piza 1988, Vol. 1, 287–292.
- [59] SOBCZYK J.T., Vas P., TASSONI C., *Models for induction motors with air-gap asymmetry for diagnostic purposes*, Proc. of Int. Conf. on Electrical Machines, Vigo 1996, Vol. II, 79–84.
- [60] ŚWIĄTKOWSKI E., *Badanie wpływu ekscentryczności statycznej wirnika na podstawowe parametry silnika klatkowego 3-fazowego malej mocy*, Zeszyty Problemowe BOBRME Maszyny Elektryczne, nr 29, 1979, 1–9.
- [61] ŚWIĄTKOWSKI E., *Badanie wpływu nierównomierności szczeliny powietrznej na własności eks-*

*plątacyjne silników indukcyjnych 3-fazowych malej mocy*, Przegląd Elektrotechniczny, 1981, 273–278.

- [62] TOMCZEWSKI K., WACH P., WRÓBEL K., *Redukcja asymetrii sił naciągu magnetycznego przelączalnego silnika reluktancyjnego do napędów oscylacyjnych i wibracyjnych*, Materiały XI Konferencji Zastosowanie Komputerów w Elektrotechnice, Poznań 2006, 281–282.
- [63] WEINREB K., DROZDOWSKI P., SOBCZYK T.J., *Some effects due to rotor eccentricity in induction motors*, Proc. of Int. Aegan Conf. on Electrical Machines and Power Electronics, Kusadasi (Turkey) 1992, Vol. 1/2, 329–334.
- [64] WEINREB K., WĘGIEL T., SUŁOWICZ M., *Influence of the magnetic circuit saturation on stator current spectrum for cage induction motor with rotor asymmetry*, Czasopismo Techniczne, Z. 3, E/2006, Politechnika Krakowska, 65–76.
- [65] WEINREB K., SUŁOWICZ M., *Skuteczne wykrywanie ekscentryczności dynamicznej w silniku asynchronicznym*, Zeszyty Problemowe KOMEL, Maszyny Elektryczne, 2009, nr 81, 207–212.
- [66] WITKOWSKI A., *Metoda wyznaczania rozkładu sił promieniowego naciągu magnetycznego w silniku indukcyjnym*, Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej, Nr 50, Studia i Materiały nr 20, 2000, 223–228.

#### RESEARCH ACHIEVEMENTS IN POLAND ON UNBALANCED MAGNETIC PULL OF ELECTRICAL MACHINES

In this work the main research achievements in Poland on radial unbalanced magnetic pull of electrical machines with circular symmetry are presented. Analytical calculations methods of magnetic pull, given by polish researchers, with respect of elastic rotor properties are presented. The components of radial magnetic pull in two-pole machines are calculated. The achievements contained in doctoral thesis and journal publications are presented. Applications of results of magnetic pull for diagnostic of electrical machines are given.