

pomiar prądu, przetwornik wielkości i wartości

Daniel DUSZA, Zdzisław NAWROCKI*

PRZEKŁADNIK PRĄDOWY BROOKSA I HOLTZA I Z MODYFIKACJĄ BAYAJIANA I SKAETSA

W artykule przeprowadzono analizę metrologiczną przekładnika dwurdzeniowego Brooksa i Holtza i z modyfikacją Bayajiana i Skaetsa stosowanych w precyzyjnych układach pomiarowych. Pierwszy z nich jest przetwornikiem wielkości, natomiast po wprowadzeniu modyfikacji może być zarówno przetwornikiem wartości jak i wielkości. Otrzymane zależności wskazują, że jeżeli wielkością wyjściową, która podlega dalszemu przetwarzaniu jest prąd to największą dokładność transformacji uzyskuje się stosując przekładnik Brooksa i Holtza z modyfikacją Bayajiana i Skaetsa. Natomiast gdy w łańcuchu pomiarowym jest przetwarzane napięcie, to analizowane przekładniki mają podobne właściwości.

1. WSTĘP

Poprawę właściwości metrologicznych przekładników prądowych uzyskuje się stosując odpowiednie środki technologiczne tj. magnetowody o bardzo dużej przenikalności początkowej wykonane z permalaju, taśmy amorficznej, materiałów nanokrystalicznych, względnie korzystając z rozwiązań układowych, zawierających dwa magnetowody – dwa przekładniki, zaproponowanych przez Brooksa [2], Brooksa i Holtza [3] oraz Iliovičego [6]. Z artykułów autorów cytowanych rozwiązań układowych wynika, że skrajnie małymi błędami wyróżnia się przekładnik Brooksa i Holtza, w którym w porównaniu z przekładnikiem Brooksa nie występuje efekt interakcji. Brooks i Holtz wyeliminowali efekt interakcji obciążając przekładniki dwoma rezystorami o tej samej wartości, tak usytuowanymi, że obwody wtórne przekładników są połączone w jednym punkcie. Rozwiązanie to zapewniło, że między obwodami wtórnymi przekładników nie ma przepływu energii. W przekładniku Brooksa i Holtza wielkością wyjściową jest napięcie występujące na tych rezystorach. Zatem przekładnik ten jest przetwornikiem wielkości. W niektórych zastosowaniach może to być jego wadą.

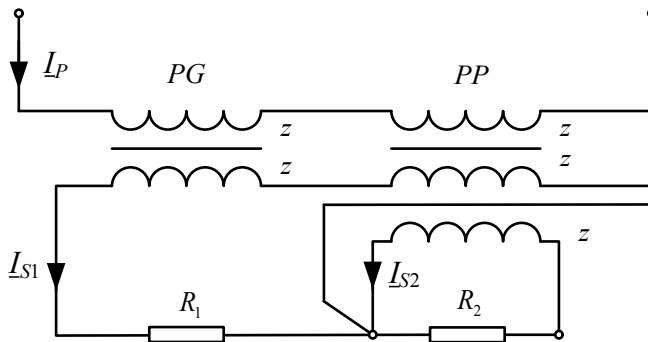
* Politechnika Wroclawska, Instytut Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych, ul. Smoluchowskiego 19, 50-372 Wrocław, daniel.dusza@pwr.wroc.pl, zdzislaw.nawrocki@pwr.wroc.pl

Bayajian i Skaets zaproponowali modyfikację rozwiązania układowego Brooksa i Holtza tak, że przekładnik ten przy spełnieniu określonych warunków może pracować jako przetwornik wartości lub wielkości [1]. W układzie przekładnika występują dwa precyzyjne rezystory. Przeprowadzona w artykułach analiza metrologiczna potwierdziła, że rezystory te powinny mieć tę samą wartość. Suma prądów wyjściowych przekładników płynie przez jeden z rezystorów. Natomiast przez drugi rezystor płynie prąd ze wspomagającego przekładnika i przekładnika pomocniczego, tak że spadki napięć na tych rezystorach są prawie równe, ale przeciwnie skierowane. W artykule wykazano, że gdy rezystory mają tę samą wartość, to w zmodyfikowanym przekładniku nie ma efektu interakcji.

Nasuwa się więc pytanie, który z tych przekładników ma lepsze parametry metrologiczne. Ponieważ obecnie w literaturze nie ma odpowiedzi na to pytanie, autorzy artykułu podjęli próbę wyznaczenia właściwości metrologicznych tych przekładników i porównania ich. Problem ten jest nadal aktualny, ponieważ przekładniki te mają bardzo dobre właściwości metrologiczne i mimo upływu 90 lat od ich opracowania nadal należą do najlepszych przekładników w klasie rozwiązań układowych.

2. ANALIZA METROLOGICZNA PRZEKŁADNIKA BROOKSA I HOLTZA

Układ elektryczny przekładnika Brooksa i Holtza przedstawiono na rysunku 2.1 [4], [5].



Rys. 1. Układ elektryczny przekładnika Brooksa i Holtza

W celu ułatwienia rozważań przyjęto, że analizowany przekładnik ma przekładnię równą jedności co implikuje, że wszystkie uzwojenia mają taką samą liczbę zwojów z .

Przekładnik główny PG wymusza prąd wtórny I_{S1} , który przepływa przez rezystor R_1 i pierwsze uzwojenie wtórne przekładnika pomocniczego PP . Błąd przekładnika głównego PG określa relacja

$$\delta \underline{I}_G = \frac{\underline{I}_{S1} - \underline{I}_P}{\underline{I}_P}. \quad (2.1)$$

Przekładnik pomocniczy ma drugie uzwojenie wtórne, o takiej samej liczbie zwojów co pierwsze wtórne i przez to uzwojenie płynie prąd \underline{I}_{S2} . Prąd ten jest wywołany różnicą prądów \underline{I}_P i \underline{I}_{S1} . Zatem prąd \underline{I}_{S2} ma zbliżoną wartość do prądu charakteryzującego właściwości magnetowodu przekładnika głównego PG (płynącego przez gałąź poprzeczną schematu zastępczego przekładnika głównego).

Błąd przekładnika pomocniczego PP przedstawia wzór

$$\delta \underline{I}_P = \frac{\underline{I}_{S2} - (\underline{I}_P - \underline{I}_{S1})}{\underline{I}_P - \underline{I}_{S1}}. \quad (2.2)$$

Natomiast błąd przekładnika Brooksa i Holtza, w którym wielkością wyjściową jest suma napięć występujących na rezystorach R_1 i R_2 podaje zależność

$$\delta \underline{I}(U)_{BH} = \frac{R_1 \underline{I}_{S1} + R_2 \underline{I}_{S2} - R \underline{I}_P}{R \underline{I}_P}, \quad (2.3)$$

gdzie R – rezystor o wartości nominalnej równej wartości nominalnej rezystorów R_1 i R_2 .

Rezystory R_1 , R_2 i R mają taką samą wartość nominalną. Rezystor R nie występuje w układzie przekładnika podanego na rysunku 1, ale jest potrzebny do porównania napięcia wyjściowego występującego na rezystorach R_1 i R_2 z prądem wejściowym, pierwotnym \underline{I}_P wywołującym spadek napięcia $\underline{I}_P R$. W ten sposób jest porównywana pośrednio wielkość wyjściowa z wejściową, ponieważ analizowany przekładnik jest przetwornikiem wielkości.

Należy również podkreślić, że analizę przetwornika Brooksa i Holtza prowadzono w oparciu o wzory (2.1) i (2.2), ponieważ w tym przekładniku nie występuje efekt interakcji.

Ze wzoru (2.1) wyznaczamy prąd \underline{I}_{S1}

$$\underline{I}_{S1} = \underline{I}_P (1 + \delta \underline{I}_G). \quad (2.4)$$

Z zależności (2.2) mamy wyrażenie określające prąd \underline{I}_{S2}

$$\underline{I}_{S2} = (\underline{I}_P - \underline{I}_{S1})(1 + \delta \underline{I}_P). \quad (2.5)$$

Po podstawieniu do zależności (2.5) wzoru (2.4) uzyskano

$$\underline{I}_{S2} = -\underline{I}_P \delta \underline{I}_G (1 + \delta \underline{I}_P). \quad (2.6)$$

Wprowadzając do relacji (2.3) wyrażenia określające prądy \underline{I}_{S1} i \underline{I}_{S2} (wzory (2.4) i (2.6)) otrzymujemy

$$\delta \underline{I}(U)_{BH} = \frac{R_1}{R} (1 + \delta \underline{I}_G) - \delta \underline{I}_G \frac{R_2}{R} (1 + \delta \underline{I}_P) - 1. \quad (2.7)$$

Ponieważ przekładnik ma przekładnię równą jedności to wartości nominalne rezystorów R_1 , R_2 i R są sobie równe. Jeżeli przyjmiemy, że rezystor R jest rezystorem odniesienia, to rezystory R_1 i R_2 opisują wzory

$$\begin{aligned} R_1 &= R(1 + \delta R_1), \\ R_2 &= R(1 + \delta R_2), \end{aligned} \quad (2.8)$$

gdzie R – wartość nominalna.

Po wprowadzeniu tych wyrażeń do zależności (2.7) otrzymano relację określającą błąd przekładnika Brooksa i Holtza – przetwornika wielkości

$$\delta \underline{I}(U)_{BH} = -\delta \underline{I}_G \delta \underline{I}_P (1 + \delta R_2) - \delta \underline{I}_G (\delta R_2 - \delta R_1) + \delta R_1. \quad (2.9)$$

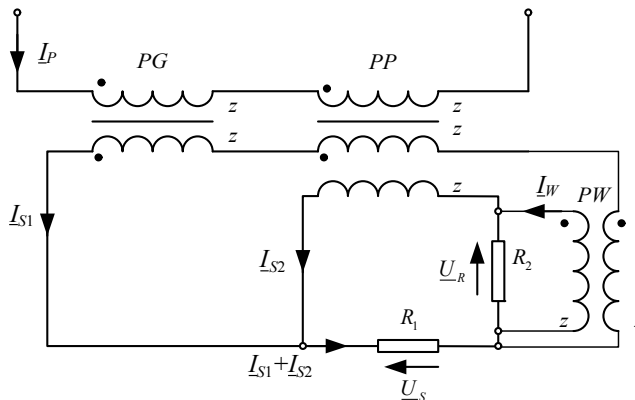
Analiza powyższego wzoru wykazuje, że:

- znaczący wpływ na błąd przekładnika ma dokładność rezystora R_1 ,
- mniejszy wpływ na błąd przekładnika ma dokładność rezystora R_2 , ponieważ błąd tego rezystora jest mnożony przez błąd $\delta \underline{I}_G$ i iloczyn błędów $\delta \underline{I}_G$ i $\delta \underline{I}_P$.

Reasumując, jeżeli zastosowane przekładniki PG i PP będą miały odpowiednio małe wartości błędów, to o błędzie przekładnika Brooksa i Holtza będzie decydował błąd rezystora R_1 , przy założeniu, że rezystor R_2 ma takie same parametry jak rezystor R_1 .

3. PRZEKŁADNIK BROOKSA I HOLTZA Z MODYFIKACJĄ BAYAJIANA I SKAETSA

Bayajian i Skaets zaproponowali rozwiązanie układowe, w którym napięcie wyjściowe przetwornika wielkości \underline{U}_S wywołane prądami wtórnymi \underline{I}_{S1} i \underline{I}_{S2} , występuje na rezystorze R_1 , jak to zilustrowano na rysunku 2.



Rys. 2. Przekładnik Brooksa i Holtza z modyfikacją Bayajiana i Skaetsa

W przetworniku tym zastosowano dodatkowo przekładnik wspomagający PW , którego uzwojenie pierwotne włączone jest do obwodów wtórnych przekładników PG i PP , a rezystor R_2 jest usytuowany w drugim obwodzie wtórnym przekładnika pomocniczego PP . Spadek napięcia \underline{U}_R występujący na rezystorze R_2 minimalizuje efekt interakcji, jeżeli wartość tego napięcia jest zbliżona do wartości napięcia \underline{U}_S , jak wskazuje przeprowadzona poniżej analiza metrologiczna.

Schemat zastępczy zmodyfikowanego przekładnika przedstawiono na rysunku 3.

Błąd analizowanego zmodyfikowanego przekładnika δI_{BH}^Z gdy wielkością wyjściową jest suma prądów \underline{I}_{S1} i \underline{I}_{S2} podaje definicja

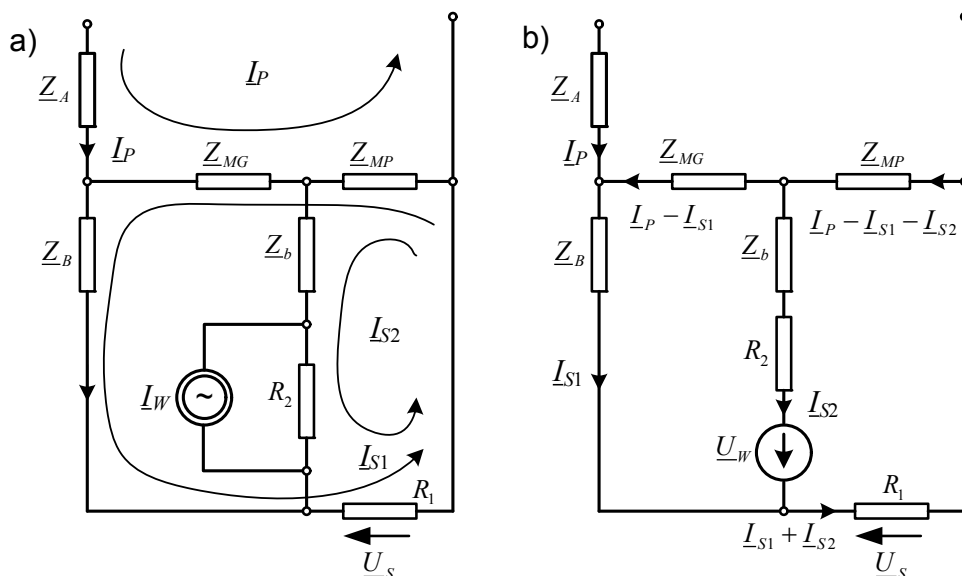
$$\delta I_{BH}^Z = \frac{\underline{I}_{S1} + \underline{I}_{S2} - \underline{I}_P}{\underline{I}_P} = \frac{\underline{I}_{S1} + \underline{I}_{S2}}{\underline{I}_P} - 1. \quad (3.1)$$

Błąd przekładnika wspomagającego PW określono wzorem

$$\delta \underline{I}_W = \frac{\underline{I}_W - \underline{I}_{S1}}{\underline{I}_{S1}}, \quad (3.2)$$

stąd prąd \underline{I}_W

$$\underline{I}_W = \underline{I}_{S1}(1 + \delta \underline{I}_W). \quad (3.3)$$



Rys. 3. Schemat zastępczy przekładnika Brooksa i Holtza z modyfikacją Bayajiana i Skaetsa, w którym prąd wyjściowy przekładnika wspomagającego został zastąpiony:
 a) źródłem prądu \underline{I}_W , b) źródłem napięcia $\underline{U}_W = \underline{I}_{S1} R_2 (1 + \delta \underline{I}_W)$

Schemat zastępczy analizowanego przekładnika opisuje układ równań

$$\begin{aligned}(\underline{I}_P - \underline{I}_{S1})\underline{Z}_{MG} &= \underline{I}_{S1}\underline{Z}_B + \underline{I}_W R_2 - \underline{I}_{S2}(\underline{Z}_B + R_2), \\(\underline{I}_P - \underline{I}_{S1} - \underline{I}_{S2})\underline{Z}_{MP} &= \underline{I}_{S1}R_1 - \underline{I}_W R_2 + \underline{I}_{S2}(\underline{Z}_B + R_1 + R_2), \\ \underline{I}_W &= \underline{I}_{S1}(1 + \delta \underline{I}_W).\end{aligned}\quad (3.4)$$

Po uporządkowaniu układu równań otrzymano

$$\begin{aligned}\underline{I}_P \underline{Z}_{MG} &= \underline{I}_{S1}[\underline{Z}_{MG} + \underline{Z}_B + R_2(1 + \delta \underline{I}_W)] - \underline{I}_{S2}(\underline{Z}_B + R_2), \\ \underline{I}_P \underline{Z}_{MP} &= \underline{I}_{S1}[\underline{Z}_{MP} + R_1 - R_2(1 + \delta \underline{I}_W)] + \underline{I}_{S2}(\underline{Z}_{MP} + \underline{Z}_B + R_1 + R_2).\end{aligned}\quad (3.5)$$

Z układu równań wyznaczono

$$\begin{aligned}\frac{\underline{I}_{S1}}{\underline{I}_P} &= \frac{\underline{Z}_{MG}(\underline{Z}_{MP} + \underline{Z}_B + R_1 + R_2) + \underline{Z}_{MP}(\underline{Z}_B + R_2)}{[\underline{Z}_{MG} + \underline{Z}_B + R_2(1 + \delta \underline{I}_W)](\underline{Z}_{MP} + \underline{Z}_B + R_1 + R_2) + \\ &+ [\underline{Z}_{MP} + R_1 - R_2(1 + \delta \underline{I}_W)](\underline{Z}_B + R_2),\end{aligned}\quad (3.6)$$

$$\begin{aligned}\frac{\underline{I}_{S2}}{\underline{I}_P} &= \frac{\underline{Z}_{MP}(\underline{Z}_{MG} + \underline{Z}_B + R_2(1 + \delta \underline{I}_W)) - \underline{Z}_{MG}(\underline{Z}_{MP} + R_1 - R_2(1 + \delta \underline{I}_W))}{[\underline{Z}_{MG} + \underline{Z}_B + R_2(1 + \delta \underline{I}_W)](\underline{Z}_{MP} + \underline{Z}_B + R_1 + R_2) + \\ &+ [\underline{Z}_{MP} + R_1 - R_2(1 + \delta \underline{I}_W)](\underline{Z}_B + R_2).\end{aligned}$$

Po wprowadzeniu powyższych zależności do równania (3.1) uzyskano

$$\begin{aligned}\delta \underline{I}_{BH}^Z &= \frac{(\underline{Z}_{MG} + \underline{Z}_B + R_2)[R_2(1 + \delta \underline{I}_W) - R_1] - \\ &- [\underline{Z}_B + R_2(1 + \delta \underline{I}_W)](\underline{Z}_B + R_1 + R_2)}{[\underline{Z}_{MG} + \underline{Z}_B + R_2(1 + \delta \underline{I}_W)](\underline{Z}_{MP} + \underline{Z}_B + R_1 + R_2) + \\ &+ [\underline{Z}_{MP} + R_1 - R_2(1 + \delta \underline{I}_W)](\underline{Z}_B + R_2)}.\end{aligned}\quad (3.7)$$

Pierwszy składnik licznika będzie przyjmował wartość minimalną, gdy $R_1 = R_2$. Rezystory R_1 i R_2 obarczone są błędami zgodnie z wyrażeniem (2.8).

Po podstawieniu wzorów (2.8) do równania (3.7) i pominięciu składników drugorzędnych otrzymano

$$\begin{aligned}\delta \underline{I}_{BH}^Z &= \frac{\underline{Z}_{MG}}{\underline{Z}_{MG} + \underline{Z}_B + R_2} \frac{R(\delta R_2 - \delta R_1 + \delta \underline{I}_W + \delta R_2 \delta \underline{I}_W)}{\underline{Z}_{MP} + \underline{Z}_B + R_1 + R_2} - \\ &\frac{\underline{Z}_B + R_2}{\underline{Z}_{MG} + \underline{Z}_B + R_2} \frac{\underline{Z}_B + R_1 + R_2}{\underline{Z}_{MP} + \underline{Z}_B + R_1 + R_2}.\end{aligned}\quad (3.8)$$

Ponieważ $\underline{Z}_{MG} \gg \underline{Z}_B + R_2$, a błąd przekładnika głównego PG

$$\delta \underline{I}_G = -\frac{\underline{Z}_B + R_2}{\underline{Z}_{MG} + \underline{Z}_B + R_2}, \quad (3.9)$$

błąd przekładnika pomocniczego PP

$$\delta \underline{I}_P = -\frac{\underline{Z}_B + R_1 + R_2}{\underline{Z}_{MP} + \underline{Z}_b + R_1 + R_2} \approx -\frac{R}{\underline{Z}_{MP} + \underline{Z}_b + R_1 + R_2}, \quad (3.10)$$

to błąd zmodyfikowanego przekładnika Brooksa i Holtza określa wyrażenie

$$\delta \underline{I}_{BH}^Z \approx -\delta \underline{I}_G \delta \underline{I}_P - \delta \underline{I}_P (\delta R_2 - \delta R_1 + \delta \underline{I}_W) - \delta \underline{I}_P \delta R_2 \delta \underline{I}_W. \quad (3.11)$$

Pomijając składnik trzeci, który jest znacząco mały w porównaniu z pozostałymi składnikami, otrzymano

$$\delta \underline{I}_{BH}^Z \approx -\delta \underline{I}_G \delta \underline{I}_P - \delta \underline{I}_P (\delta R_2 - \delta R_1 + \delta \underline{I}_W). \quad (3.12)$$

Należy jeszcze raz podkreślić, że wzór ten jest słuszny, gdy rezystory R_1 i R_2 mają zbliżone wartości, a różnią się δR_1 i δR_2 od wartości nominalnej. Jest to znaczące ograniczenie właściwości tego przekładnika i o tym ograniczeniu należy pamiętać.

Gdy wielkością wyjściową przekładnika jest napięcie \underline{U}_S , to błąd zmodyfikowanego przetwornika wielkości jest wyrażony wzorem

$$\delta \underline{I}(U)_{BH}^Z = \delta \underline{I}_{BH}^Z + \delta R_1 = -\delta \underline{I}_G \delta \underline{I}_P - \delta \underline{I}_P (\delta R_2 - \delta R_1 + \delta \underline{I}_W) + \delta R_1. \quad (3.13)$$

Reasumując błąd zmodyfikowanego przekładnika wielkości $\delta \underline{I}(U)_{BH}^Z$ jest znacząco większy o błąd δR_1 rezystora R_1 w porównaniu z błędem przekładnika wartości $\delta \underline{I}_{BH}^Z$. Należy zauważyć, że błąd przekładnika głównego przyjmuje stosunkowo duże wartości, ponieważ obciążony jest przekładnikiem wspomagającym. Nie wynika to bezpośrednio ze wzorów w prowadzonej analizie, gdyż przekładnika wspomagającego nie scharakteryzowano za pomocą jego schematu zastępczego, a opisano podając jego błąd po to, aby ułatwić przeprowadzenie analizy metrologicznej przekładnika.

4. WNIOSKI

Przekładnik Brooksa i Holtza jest przekładnikiem wielkości i nie występuje w nim efekt interakcji. Uzyskano to łącząc rezystory obciążające obwody wtórne przekładników głównego i pomocniczego w jednym punkcie. Błąd przekładnika Brooksa i Holtza znacząco zależy od dokładności wykonania rezystora R_1 . Drugorzędny wpływ na błąd przetwarzania ma dokładność wykonania rezystora R_2 . W przekładniku tym należy dążyć do tego, aby iloczyn błędów przekładników głównego i pomocniczego był mniejszy od dokładności wykonania rezystora R_1 . Przekładnik Brooksa i Holtza

z modyfikacją Bayajiana i Skaetsa może pracować jako przetwornik wielkości i wartości. Największą dokładność przetwarzania uzyskuje się, gdy przekładnik jest przetwornikiem wartości. W obu tych konfiguracjach pracy rezystory R_1 i R_2 powinny być sobie równe. Gdy rezystory różnią się o błędy δR_1 i δR_2 to występuje w przekładniku efekt interakcji. Podobnie jak w przekładniku Brooksa i Holtza należy dążyć do tego, aby błędy przekładników: głównego PG , pomocniczego PP oraz wspomagającego PW były odpowiednio małe. W tym układzie, jak zasygnalizowano, przekładnik główny PG i pomocniczy PP są obciążone przekładnikiem wspomagającym PW . Takie usytuowanie przekładnika wspomagającego PW wprowadza znaczne błędy. W przypadku, gdy zmodyfikowany przekładnik Brooksa i Holtza jest wykorzystywany jako przetwornik wielkości, to błąd przetwarzania bezpośrednio zależy od dokładności wykonania rezystora R_1 , a pośrednio od dokładności pozostałych narzędzi pomiarowych.

Z przeprowadzonych rozważań wynika, że jeżeli wielkością wyjściową, która podlega dalszemu przetwarzaniu jest prąd, to największą dokładność transformacji uzyskuje się stosując przekładnik Brooksa i Holtza z modyfikacją Bayajiana i Skaetsa. Natomiast gdy w łańcuchu pomiarowym jest przetwarzane napięcie, to analizowane przekładniki mają podobne właściwości, ponieważ ich błędy zależą od dokładności wykonania rezystorów R_1 .

LITERATURA

- [1] BOYAJIAN A., SKAETS W.F., *Bushing-Type Current Transformers for Metering*, Transactions of the American Institute of Electrical Engineers, July 1929, Vol. 48, No. 3, 949–951.
- [2] BROOKS H.B., Britisches Patent 169093 z 6.09.1920.
- [3] BROOKS H.B., HOLTZ F.C., *The Two-Stage Current Transformer*, Transactions of the American Institute of Electrical Engineers, Jan. 1922, Vol. XLI, No., 382–393.
- [4] DUSZA D., *Dwurdzeniowe przekładniki prądowe*, [w:] *Metrologia dziś i jutro*, pod red. Jerzego Jakubca, Zbigniewa Moronia, Henryka Juniewicza, Wrocław, Of. Wyd. PWr., 2010, 145–153.
- [5] DUSZA D., *Właściwości metrologiczne przekładnika Brooksa i Holtza*, Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych PWr., 2012, nr 30, T. 2, 360–369.
- [6] ILIOVIĆI M.A., *Transformateurs d'intensite' compounds*, Bull. de la Socie'te', Franc. des Electr., 1923, No. 3, 59.

BROOKS AND HOLTZ AND WITH BAYAJIAN AND SKAETS MODIFICATION CURRENT TRANSFORMER

The paper presents metrological analysis of two-stage Brooks and Holtz and with Bayajian and Skaets modification current transformer which are using in precision measurement circuits. First is quantity transducer, while after modification can be also quantity and value transducer. Obtained relations indicates that if the output quantity is current the best results of signal transformation quality will obtain for Brooks and Holtz transformer with Bayajian and Skaets modification. However when voltage signal is processed in measurement line then analyzed transformers have similar properties.