

LABORATORIUM

**AUTOMATYKA NAPĘDU  
PRZEKSZTAŁTNIKOWEGO**

**ĆWICZENIE 7**

**STEROWANIE SILNIKIEM PRĄDU STAŁEGO W STRUKTURZE  
KASKADOWEJ**

WROCLAW, 2004

## PLAN ĆWICZENIA

1. Budowa układu regulacji prędkości silnika prądu stałego (SPS) z kaskadowym połączeniem regulatorów.
2. Zapoznanie się z modelem badanego układu regulacji w programie Matlab/Simulink.
3. Zbadanie właściwości dynamicznych silnika prądu stałego.
4. Dobór nastaw regulatora prądu twornika SPS według kryterium modułu (instrukcja).
5. Dobór nastaw regulatora prędkości SPS według kryterium Zieglera-Nicholsa:
  - a. regulator typu P;
  - b. regulator typu PI.
6. Dobór nastaw regulatora prędkości SPS typu PI według kryterium symetrii (instrukcja).
7. Badanie dynamiki układu regulacji w przypadku ograniczenia maksymalnej wartości prądu twornika.

## ***Badanie szeregowej struktury regulacji silnika prądu stałego***

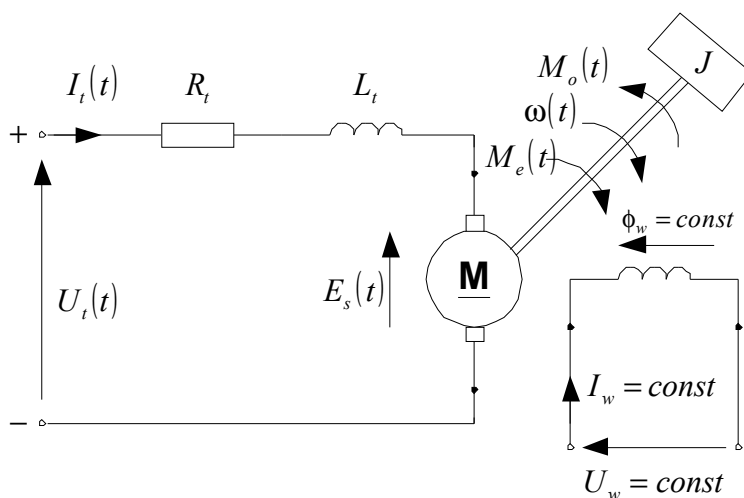
### **1. Model silnika obcowzbudnego prądu stałego**

Silnik bocznikowy prądu stałego jest podstawowym elementem napędowym w wysoko wyspecjalizowanych napędach przemysłowych. Wynika to z faktu łatwego kształtowania jego charakterystyk mechanicznych. Mimo, że istnieje tendencja zastępowania jego innymi typami silników, silnik prądu stałego jest w dalszym ciągu wykorzystywany w praktyce (robotyka, napędy obrabiarek, walcarki, napędy wyciągowe).

Przy formułowaniu modelu matematycznego silnika przyjęto następujące założenia upraszczające:

- strumień wzbudzenia jest prostopadły do prądu twornika (silnik z uzwojeniami kompensującymi strumień reakcji twornika),
- parametry obwodu twornika są skupione, niezmiennie w czasie i niezależne od temperatury,
- pomija się zjawiska nieliniowe (wpływ nasycenia, histerezy magnetycznej),
- pomija się moment tarcia,
- zakłada się idealną sztywność pomiędzy wałem silnika a maszyną roboczą.

Schemat układu elektromechanicznego z silnikiem obcowzbudnym prądu stałego o wzbudzeniu elektromagnetycznym przedstawiono na rys.1.



**Rys.1.** Model układu napędowego z silnikiem obcowzbudnym prądu stałego przy stałej wartości strumienia wzbudzenia

Strumień wzbudzenia wytwarzany jest przez prąd płynący w uzwojeniu wzbudzenia. Bardzo często w napędach mniejszych mocy stosuje się silniki o wzbudzeniu magnetomotorycznym, wówczas strumień wzbudzenia pochodzi od magnesów trwałych umieszczonych w stojanie silnika. Jednakże model matematyczny silnika (pomijając obwód wytwarzania strumienia wzbudzenia), jest w obydwu przypadkach identyczny.

Uwzględniając sformułowane powyżej założenia upraszczające układ napędowy z silnikiem obcowzbudnym prądu stałego połączony sprzęgłem sztywnym jest opisany przez następujący układ równań:

$$U_t(t) = R_t I_t(t) + L_t \frac{d}{dt} I_t(t) + E_s(t) \quad (1)$$

$$M_e(t) = M_o(t) + J_m \frac{d}{dt} \omega(t) \quad (2)$$

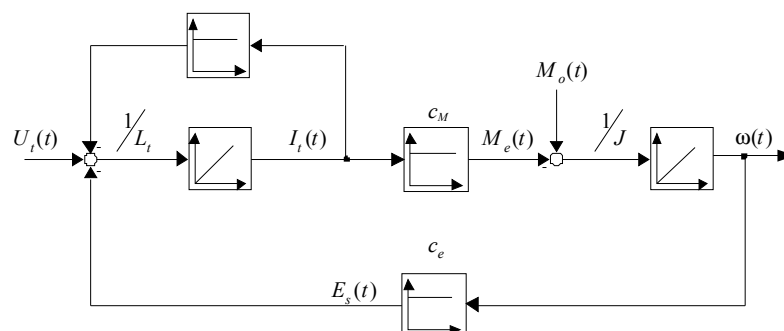
$$E_s(t) = k_e \phi_f \omega(t) = c_e \omega(t) \quad (3)$$

$$M_e(t) = k_m \phi_f I_t(t) = c_M I_t(t) \quad (4)$$

gdzie:

$U_t$  - napięcie zasilające obwód twornika;  $I_t$  - prąd twornika;  $E_s$  - siła elektromotoryczna twornika;  $L_t$ ,  $R_t$  - całkowita indukcyjność i rezystancja obwodu twornika;  $M_e$  - moment elektromagnetyczny silnika;  $M_o$  - moment mechaniczny na wale silnika;  $J_m$  - zastępczy moment bezwładności układu napędowego;  $\omega$  - prędkość kątowna silnika;  $\phi_f$  - strumień wzbudzenia silnika;  $c_e$ ,  $c_M$  - stała konstrukcyjna i stała momentu silnika;  $t$  - czas.

Schemat silnika odpowiadający równaniom 1 – 4 przedstawiono na rysunku 2.



**Rys.2.** Schemat blokowy silnika obcowzbudnego prądu stałego przy stałej wartości strumienia wzbudzenia

Bardzo często wyniki badań przedstawia się w jednostkach względnych, z uwagi na łatwość

porównania silników o różnych danych znamionowych. Przejście na jednostki względne odbywa się za pomocą podstawień:

$$u_t = \frac{U_t}{U_{tN}}, \quad i_t = \frac{I_t}{I_{tN}}, \quad \psi_f = \frac{\phi_f}{\phi_{fN}}, \quad \omega = \frac{\Omega}{\Omega_o}, \quad m = \frac{M}{M_N}.$$

Wówczas silnik opisany jest następującymi równaniami różniczkowymi:

$$T_e \frac{di_t}{dt} = -i_t + K_t(u_t - \psi_f \omega_m), \quad (5)$$

$$T_M \frac{d\omega_m}{dt} = \psi_f i_f - m_o, \quad (6)$$

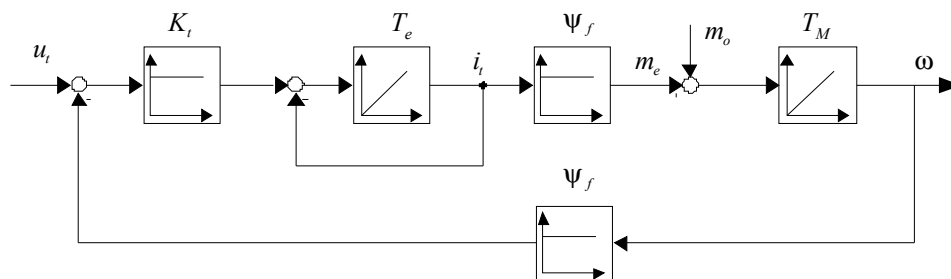
gdzie:

$$K_t = \frac{U_{tN}}{I_{tN} R_{tN}}, \quad \text{- współczynnik wzmocnienia obwodu twornika silnika prądu stałego,}$$

$$T_e = \frac{L_t}{R_t}, \quad \text{- stała elektromagnetyczna obwodu twornika,}$$

$$T_M = \frac{J\Omega_o}{M_N}, \quad \text{- stała mechaniczna,}$$

Schemat strukturalny silnika obcowzbudnego prądu stałego odpowiadający układowi równań (9 –10) jest przedstawiony na rysunku 3.



**Rys 3.** Schemat strukturalny silnika obcowzbudnego prądu stałego w jednostkach względnych

Na podstawie równań silnika można wyprowadzić operatorowe transmitancje badanego obiektu, które są określone następująco:

- transmitancja przewodnia prędkościowa  $G_{p\omega}(s)$ :

$$G_{p\omega}(s) = \frac{\Delta\omega(s)}{\Delta u_t(s)} = \frac{(1/\psi_f)}{T_e T_m s^2 + T_m s + 1} \quad (7)$$

- transmitancja przewodnia prądowa  $G_{pi}(s)$ :

$$G_{pI}(s) = \frac{\Delta i_t(s)}{\Delta u_t(s)} = \frac{K_t s T_m}{T_e T_m s^2 + T_m s + 1} \quad (8)$$

- transmitancja zakłócenia prędkościowa  $G_{z\omega}(s)$ :

$$G_{z\omega}(s) = \frac{\Delta \omega(s)}{\Delta m_o(s)} = \frac{-[1/(K_t \psi_f^2)](1 + s T_e)}{T_e T_m s^2 + T_m s + 1} \quad (9)$$

- transmitancja zakłócenia prądowego  $G_{zi}(s)$ :

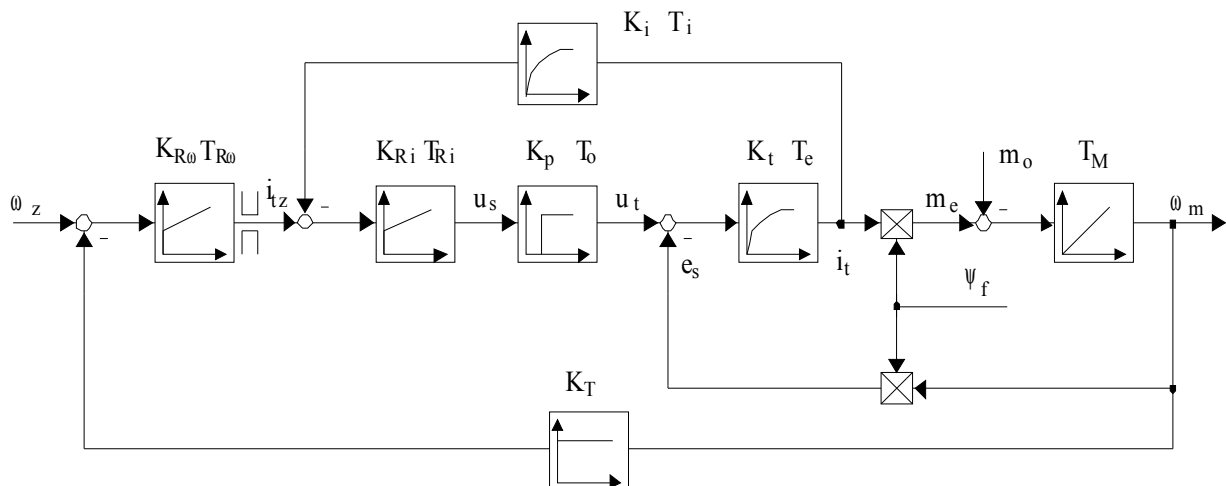
$$G_{zi}(s) = \frac{\Delta i_t(s)}{\Delta m_o(s)} = \frac{(1/\psi_f)}{T_e T_m s^2 + T_m s + 1} \quad (10)$$

gdzie:  $T_m = \frac{T_M}{K_t \psi_f^2}$  - elektromechaniczna stała czasowa.

## 2 Dobór nastaw regulatorów

### 2.1 Dobór nastaw regulatora prądu – kryterium modułu

Oprócz kształtowania charakterystyk statycznych, zadaniem regulatorów jest regulacja prędkości i prądu w stanach przejściowych. Schemat blokowy napędu o regulatorach połączonych szeregowo, uwzględniający właściwości dynamiczne przekształtnika i silnika przedstawiono na rysunku 4.



**Rys. 4.** Schemat blokowy układu napędowego o regulatorach połączonych szeregowo

Sygnal zadający  $\omega_z$  może być podany na wejście regulatora prędkości poprzez człon inercyjny opóźniający szybkość narastania sygnału, co łagodzi przebieg odpowiedzi skokowej układu (zmniejsza przeregulowanie prędkości silnika przy zmianie jej wartości zadanej). Przekształtnik jest zwykle zastępowany członem inercyjnym pierwszego rzędu o stałej

czasowej  $T_o$ . Obwód twornika jest odwzorowywany elementem inercyjnym o stałej czasowej  $T_e$ , a układ mechaniczny elementem całkującym o stałej całkowania  $T_M$ . Pomiar prądu cechuje stała czasowa  $T_i$ , wynikająca z zastosowanego układu pomiarowego. Pomiar prędkości prądnicą tachometryczną przyjmuje się jako bezinercyjny.

Dobór nastaw regulatorów rozpoczyna się od syntezy regulatora prądu w wewnętrznej pętli sterowania, przyjmując następujące założenia:

- ciągle przewodzenie zaworów przekształtnika zasilającego twornik silnika,
- napięcie wewnętrzne indukowane silnika  $e_s$  uważa się za wielkość zakłócającą, która z punktu widzenia właściwości dynamicznych obwodu regulacji prądu twornika  $i_t$  zmienia się bardzo wolno w porównaniu z czasem ustalania się wartości prądu; dlatego pomija się jej wpływ na dynamikę obwodu regulacji prądu.

Elementy obwodu regulacji prądu mają następujące transmitancje:

- twornik silnika:

$$G_e(p) = K_t \frac{1}{1 + pT_e} \quad (11)$$

- przekształtnik:

$$G_{pT}(p) = K_o \frac{1}{1 + pT_o} \quad (12)$$

- układ pomiaru prądu:

$$G_i(p) = K_i \frac{1}{1 + pT_i} \quad (13)$$

Transmitancja regulatora prądu ma postać:

$$G_{Ri}(p) = K_{Ri} \frac{1 + sT_{Ri}}{sT_{Ri}}, \quad (14)$$

Zgodnie z *kryterium modułu* przyjmuje się czas zdwojenia regulatora prądu w następujący sposób:

$$T_{Ri} = T_e, \quad (15)$$

oraz jego wzmocnienie:

$$K_{Ri} = \frac{T_e}{2K_p K_t K_i (T_o + T_i)}. \quad (16)$$

Transmitancja układu otwartego ma postać:

$$G_o^i(p) = K_{Ri} \frac{1+pT_{Ri}}{pT_e} K_t \frac{1}{1+pT_e} K_p \frac{1}{1+pT_o} K_i \frac{1}{1+pT_i},$$

Po uwzględnieniu nastaw regulatora prądu powyższe wyrażenie upraszcza się do następującej postaci:

$$G_o^i(p) = \frac{T_e}{2K_p K_t K_i (T_o + T_i)} \frac{1+pT_e}{pT_e} K_t \frac{1}{1+pT_e} K_p \frac{1}{1+pT_o} K_i \frac{1}{1+pT_i},$$

$$G_o^i(p) = \frac{1}{2p(T_o + T_i)(1+pT_o)(1+pT_i)}, \quad (17)$$

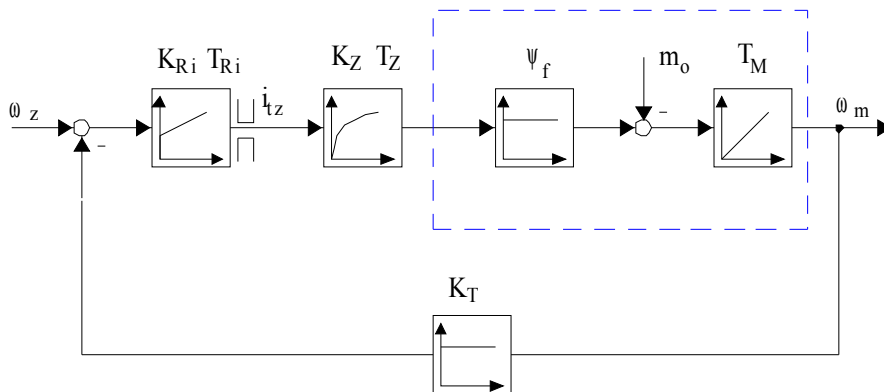
Transmitancja zamkniętego układu regulacji prądu ma postać:

$$G_z^i(p) = \frac{1}{1+2p(T_o + T_i)(1+pT_o)(1+pT_i)} \approx \frac{1}{1+2p(T_o + T_i)} = \frac{1}{1+pT_z}, \quad (18)$$

gdzie:

$$T_z = 2(T_o + T_i) \quad - \text{zastępcza stała czasowa obwodu regulacji prądu.}$$

Po skompensowaniu stałej czasowej twornika  $T_e$ , obwód regulacji prądu staje się w przybliżeniu członem inercyjnym pierwszego rzędu o zastępczej stałej czasowej  $T_z$ . Stała  $T_z$  uwzględnia sumę małych stałych czasowych: opóźnienia przekształtnika  $T_o$  oraz układu pomiaru prądu  $T_i$ . Z powyższej transmitancji wynika, że w zoptymalizowanym obwodzie regulacji prądu, pozostały nieskompensowane tylko małe stałe czasowe. Tak więc schemat blokowy obwodu regulacji prądu ulega znacznemu uproszczeniu i przyjmuje postać, jak na rysunku 2.5.



**Rys. 5.** Schemat blokowy uproszczonego układu napędowego o regulatorach połączonych szeregowo po dostrojeniu regulatora prądu wg kryterium modułu

Transmitancje poszczególnych bloków schematu uproszczonego są następujące:



– obwód mechaniczny:

$$G_M(p) = \frac{1}{pT_M}, \quad (19)$$

– obwód wytwarzania momentu:

$$G_\psi(p) = \psi_f, \quad (20)$$

– obwód regulacji prądu:

$$G_Z(p) = K_Z \frac{1}{1 + pT_Z}, \quad (21)$$

– sprzężenie prędkościowe:

$$G_{TP}(p) = K_T, \quad (22)$$

– regulator prędkości:

$$G_{R\omega}(p) = K_{R\omega} \frac{1 + pT_{R\omega}}{pT_{R\omega}}, \quad (23)$$

Transmitancja układu otwartego będzie miała postać:

$$G_0(p) = \frac{1}{pT_M} \psi_f K_Z \frac{1}{1 + pT_Z} K_T K_{R\omega} \frac{1 + pT_{R\omega}}{pT_{R\omega}}$$

## 2.2 Dobór nastaw regulatora prędkości – kryterium symetrii

Stosując *kryterium symetrii* wyznacza się parametry regulatora prędkości w następujący sposób:

$$K_{R\omega} = \frac{T_M}{2K_Z \psi_f T_Z K_T}, \quad (24)$$

$$T_{R\omega} = 4T_Z. \quad (25)$$

Po uwzględnieniu nastaw regulatora prędkości transmitancja układu otwartego upraszcza się do następującej postaci:

$$G_o^\omega(p) = \frac{1}{pT_M} \psi_f K_Z \frac{1}{1 + pT_Z} K_T \frac{T_M}{2K_Z \psi_f T_Z K_T} \frac{1 + p4T_Z}{p4T_Z},$$

$$G_o^\omega(p) = \frac{1}{p} \frac{1}{(1 + pT_Z)} \frac{1}{2T_Z} \frac{1 + p4T_Z}{p4T_Z}, \quad (26)$$

Dokonując prostych przekształceń wyznacza się transmitancję układu zamkniętego:

$$G_z^\omega(p) = \frac{1 + p4T_Z}{1 + p4T_Z + p^2 8T_Z^2 + p^3 8T_Z^3}, \quad (27)$$

Układ zoptymalizowany wg powyższej metody charakteryzuje się krótkim czasem narostu  $t_n=3,1T_Z$ , z pierwszym przeregulowaniem prędkości przekraczającym  $\delta > 43\%$  oraz czasem regulacji (przy założonej dokładności rzędu 2%)  $t_u=16,5T_Z$ . W celu zmniejszenia tak znacznego przeregulowania sygnał zadający podaje się poprzez filtr w zadajniku prędkości o transmitancji:

$$G_F(p) = \frac{1}{1 + p4T_Z} \quad (28)$$

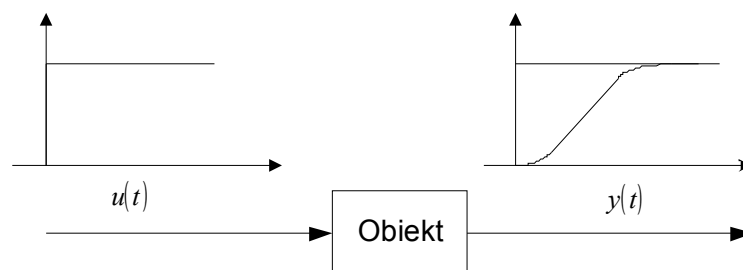
Odpowiedź prędkości na skokową zmianę sygnału zadanego w tak zoptymalizowanym układzie regulacji charakteryzuje się przeregulowaniem rzędu  $\delta \cong 8\%$ , czasem narastania  $t_n=7,6T_Z$  oraz czasem ustalania  $t_u=13,3T_Z$ . W wyniku działania regulatorów PI prądu i prędkości uzyskuje się kompensację dwóch podstawowych dużych stałych czasowych napędu: stałej elektromagnetycznej obwodu twornika  $T_e$ , oraz stałej mechanicznej  $T_M$ . Nieskompensowana stała czasowa  $T_Z$  składa się ze stałej czasowej związanej z opóźnieniem przekształtnika oraz stałej  $T_i$  wynikającej z opóźnienia układu pomiaru prądu.

### 2.3 Dobór nastaw regulatora prędkości – metoda Ziegler-Nichols

Metoda ta jest stosowana w przypadku, gdy model matematyczny obiektu nie jest znany (może ona być też oczywiście zastosowana do obiektu o znanym modelu matematycznym). Daje ona parametry regulatora  $K_p$ ,  $T_I$ , i  $T_D$  które zapewniają stabilność układu zamkniętego. Jednakże układ może się charakteryzować duży nieakceptowanym przeregulowaniem. W takim przypadku konieczne jest dalsze eksperymentalne dostrajanie regulatora. W wobec tego należy ją traktować jako metodę dającą wstępne nastawy regulatora. Istnieją dwa rodzaje metody Ziegler-Nichols.

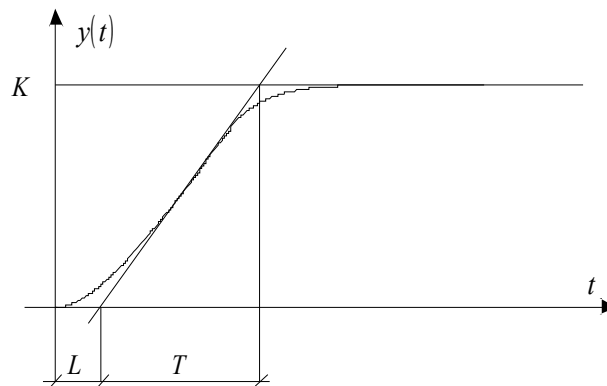
#### 2.3.1 Metoda pierwsza

W metodzie pierwszej bazujemy na eksperymentalnej odpowiedzi układu na skok jednostkowy. Obiekt jest układem pozbawionym całkowania, a w pierwiastkach układu części urojone nie są dominujące. Schemat zadawania wymuszenie jest przedstawiony na rysunku



Rys. 6. Schemat zadawania wymuszenia

Odpowiedz układu przybiera kształt litery S. Może ona być scharakteryzowana przez dwa parametry – L - czas opóźnienia oraz T- stała czasowa. Te dwie stałe można wyznaczyć rysując linie styczną do odpowiedzi czasowej w punkcie przełamania zgodnie z rysunkiem 7.



**Rys. 7.** Sposób wyznaczenia parametrów z odpowiedzi czasowej

Funkcja przejścia układu może być odwzorowana jako iloczyn członu inercyjnego pierwszego rzędu i opóźnienia czasowego:

$$\frac{y(p)}{u(p)} = \frac{Ke^{-Lp}}{Tp + 1} \quad (29)$$

Zgodnie z regułą Ziegler-Nichols w metodzie pierwszej parametry regulatora należy ustawić jak w tabeli 1.

**Tabela 1.** Wyznaczenie parametrów regulatora zgodnie z pierwszą metodą Ziegler'a-Nichols'a

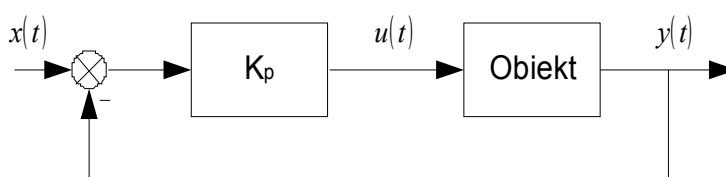
Typ regulatora	$K_p$	$T_i$	$T_d$
P	$T/L$	$\infty$	0
PI	$0,9T/L$	$L/0,3$	0
PID	$1,2T/L$	$2L$	$0,5L$

Transmitancja regulatora jest określona wzorem

$$G(p) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i p} + T_d p \right) \quad (30)$$

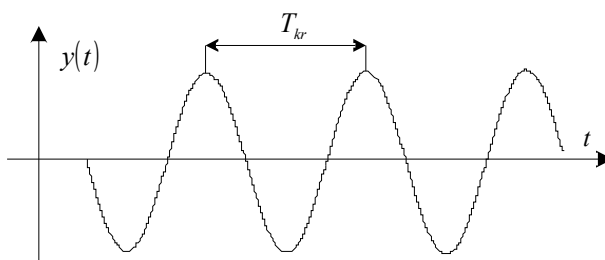
### 2.3.1 Metoda druga

W drugiej metodzie metodzie pierwszym kroku następuje ustawienie współczynników  $T_i = \infty$  i  $T_d = 0$ . Używając tylko proporcjonalnej części regulatora, zwiększa się  $K_p$  od zera do krytycznej wartości  $K_{pkr}$ , gdy na wyjściu układu powstają drgania niegasnące o stałej amplitudzie (jeśli na wyjściu nie pojawią się niegasnące oscylacje o stałej amplitudzie metoda ta nie nadaje się do użytku). Parametry  $K_{pkr}$  i okres niegasnących oscylacji  $T_{kr}$  wyznaczone eksperymentalnie służą do określenia nastaw regulatorów zgodnie z tabelą 2. Schemat układu do wyznaczenia parametrów został przedstawiony na rysunku 8.



**Rys. 8.** Schemat układu

Sposób wyznaczenia  $T_{kr}$  z odpowiedzi układu został przedstawiony na rysunku 7.



**Rys. 9.** Sposób wyznaczenia parametrów z odpowiedzi czasowej

**Tabela 2.** Wyznaczenie parametrów regulatora zgodnie z drugą metodą Ziegler'a-Nichols'a

Typ regulatora	$K_p$	$T_i$	$T_d$
P	$0,5K_{pkr}$	$\infty$	0
PI	$0,45K_{pkr}$	$\frac{1}{1,2}T_{pkr}$	0
PID	$0,6K_{pkr}$	$0,5T_{pkr}$	$0,125T_{pkr}$